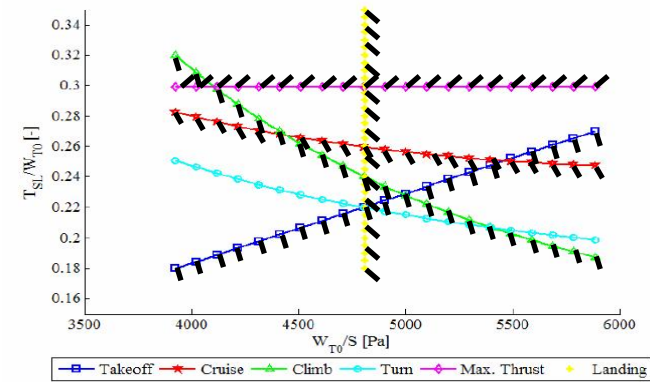


Fig. 17.17 Takeoff analysis.



Actuaciones: Fase Preliminar

Tema 6

Sergio Esteban Roncero
 Departamento de Ingeniería Aeroespacial
 Y Mecánica de Fluidos

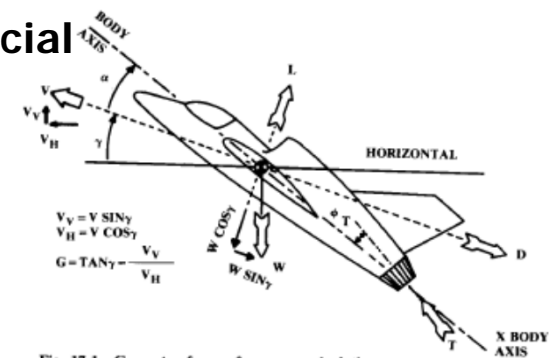
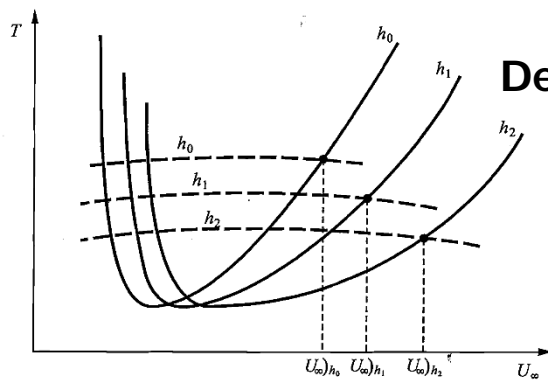


Fig. 17.1 Geometry for performance calculation.



Índice

- Introducción Actuaciones
- ¿Dónde estamos?
- Estudio de segmentos de vuelo:
 - Taxy
 - Despegue y Aterrizaje
 - Subida
 - Crucero
 - Viraje

Introducción a las Actuaciones - 1

- El perfil de vuelo típico de un avión de transporte incluye las **etapas** de despegue, subida, vuelo de crucero, descenso y aterrizaje , pudiendo ser necesario abortar el aterrizaje y esperar o ir hacia un aeropuerto alternativo.
- El **conocimiento** de las **actuaciones** del avión en las distintas etapas nos permitirá establecer **diagramas** de carga de pago-radio de acción.
- Hay varios métodos para obtener estimaciones de las actuaciones del avión:
 - Los métodos **rápidos** se basan en **modelos simplificados**, optándose por la **sencillez de aplicación** frente a la precisión de los cálculos .
 - En estos métodos simples los **cálculos no** suelen **tener en cuenta detalles** del avión ni algunos **fenómenos** muy **significativos** a la hora de calcular las actuaciones:
 - Efectos de compresibilidad,
 - Modelos de resistencia
 - Variación de altitud
 - Variación de peso
 - Todas estas **incertidumbres** se **absorben** mediante el uso de **factores numéricos** que se obtienen de **aeronaves semejantes**.

Introducción a las Actuaciones - 2

- Los métodos más detallados **tendrán en cuenta los parámetros que no se tuvieron en cuenta en los conceptos preliminares**, y se seleccionará los **valores adecuados** a partir de las **especificaciones típicas** de cada avión, tales como:
 - RFP
 - Requisitos de aeronavegabilidad
 - Experiencia previa
 - Y la filosofía propia del proyecto

Fase del Diseño	Precisión requerida	Tiempo necesario	Coste	Métodos
Conceptual	Aproximada (+/-10%)	Insignificante	Insignificante	Manuales y calculadora
Preliminar	Buena (+/-5%)	Rápido	Bajo	Semiempíricos
Detallado	Alta (+/-0,5 a 1%)	Razonable	Moderado	Análisis completo

Métodos de Estimación según las fases del diseño

Introducción a las Actuaciones - 3

- Modelo de ecuaciones para realizar un estudio de las actuaciones
 - Hay que tener en cuenta aspectos geométricos del avión y de sus trayectorias para estudiar los modos de translación y la mecánica de vuelo.
 - **Sumar fuerzas en los ejes longitudinales (X_s y Z_s) y sus aceleraciones nos genera las ecuaciones del movimiento longitudinal**
 - Las aceleraciones son el resultado de dividir las fuerzas resultantes por la masa del avión.
 - Estas fuerzas son en la práctica muy difíciles de estimar debido a la complejidad y variedad de influencias:
 - Fuerzas aerodinámicas:
 - Superficies sustentadoras
 - Fuselaje
 - Miscelánea (protuberancias)...
 - Fuerzas propulsoras
 - Tipo Planta propulsora.
 - Numero y ubicación y dirección

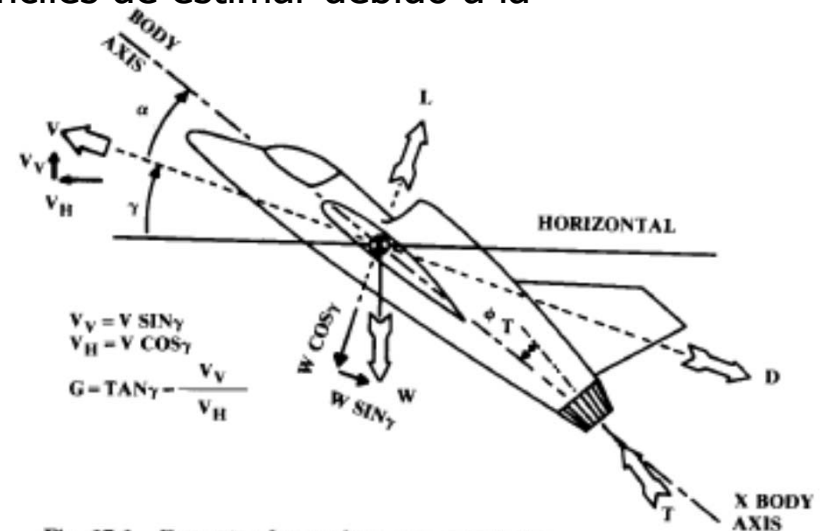


Fig. 17.1 Geometry for performance calculation.

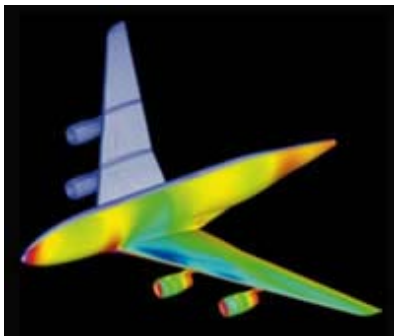


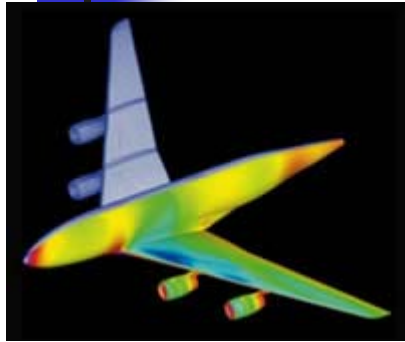
Introducción a las Actuaciones - 4

- Las **fuerzas aerodinámicas** se suelen centrar en las **superficies sustentadoras**, siendo el ala la mas importante.
 - Se suele englobar la influencia del ala junto con el fuselaje hablando siempre de esta última como *wing-body aerodynamic characteristics*.
 - Estas simplificaciones son validas para **configuraciones** que se consideran **convencionales**:
 - Conjunto de ala cola y fuselaje cilíndrico.
 - Siempre se pueden **obtener estimaciones** mucho **más realistas** de las característica aerodinámicas del ala y fuselaje por **separado**.

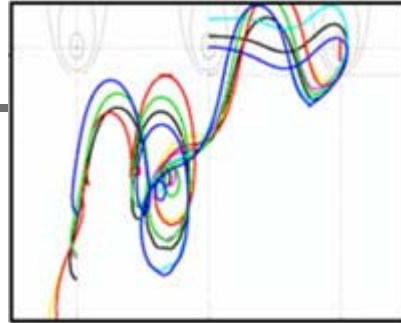
Introducción a las Actuaciones - 5

- Literatura abundante que permite **obtener estimaciones empíricas** sin tener que obtener **derivadas de estabilidad** que dan magnitudes muy **exactas** para diferentes regímenes de vuelo.
- Esta extrapolación de las estimaciones empíricas se aplica al resto del avión convencional.
- En el avión "no convencional" hay que tomar una serie de hipótesis para adecuar dicho estudio, pero para aviones hoy en día existe también mucha información para poder estimar dicha información.
- Validación de modelos:
 - *CFD – Computer fluid dynamics*
 - Túneles de viento
 - Pruebas de vuelo funcional

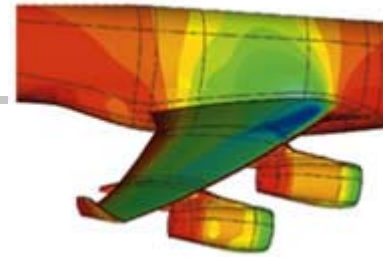




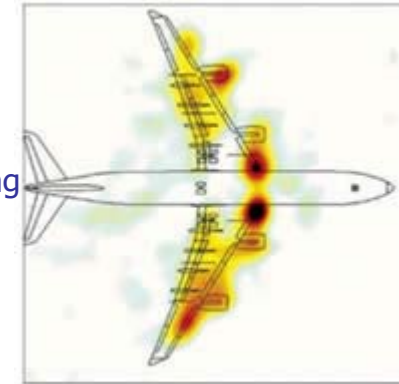
Numerical Aerodynamics



Control Laws



Aerodynamics-Structure Coupling



Noise reduction



Aeroelasticity



Prevention of Lightning Strikes



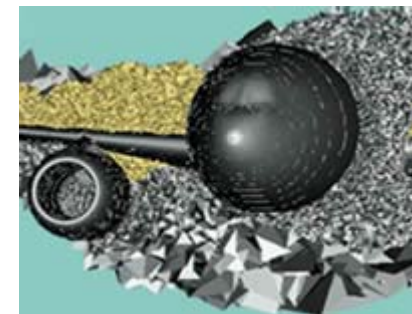
Strength of Materials and Structures



Experimental Wake Analysis



Drag Reduction
Wind Tunnel Tests



Drag Reduction
Numerical Simulation

Introducción a las Actuaciones - 6

- La **contribución de las derivas verticales y horizontales se desacoplan y son independientes**
- La contribución de superficies sustentadoras adicionales tiene que ser tomada en cuenta siguiendo pautas diferentes que en los aviones convencionales: **canard, v-tail...**
- Las **fuerzas de propulsión son difíciles de estimar** debido al **secretismo** existente en torno a los motores por parte de las empresas constructoras:
 - GE
 - Pratt & Whitney
 - Rolls Royce
 - CFM International
 - ... y alianzas
- Se suelen **estimar** mediante **fórmulas empíricas** que hacen **hipótesis** sobre la **ubicación** de la **planta motora** y su **ángulo de ataque** respecto al avión y al **ángulo de ataque de vuelo**.
 - Es esta **determinación del ángulo de ataque** y los niveles de **empuje necesarios** para realizar una determinada maniobra lo que **complica** enormemente el **análisis** de las **actuaciones**.
 - **Simplificaciones** son **necesarias** y muy **habituales** sobre todo en la **incidencia** de la planta motora.

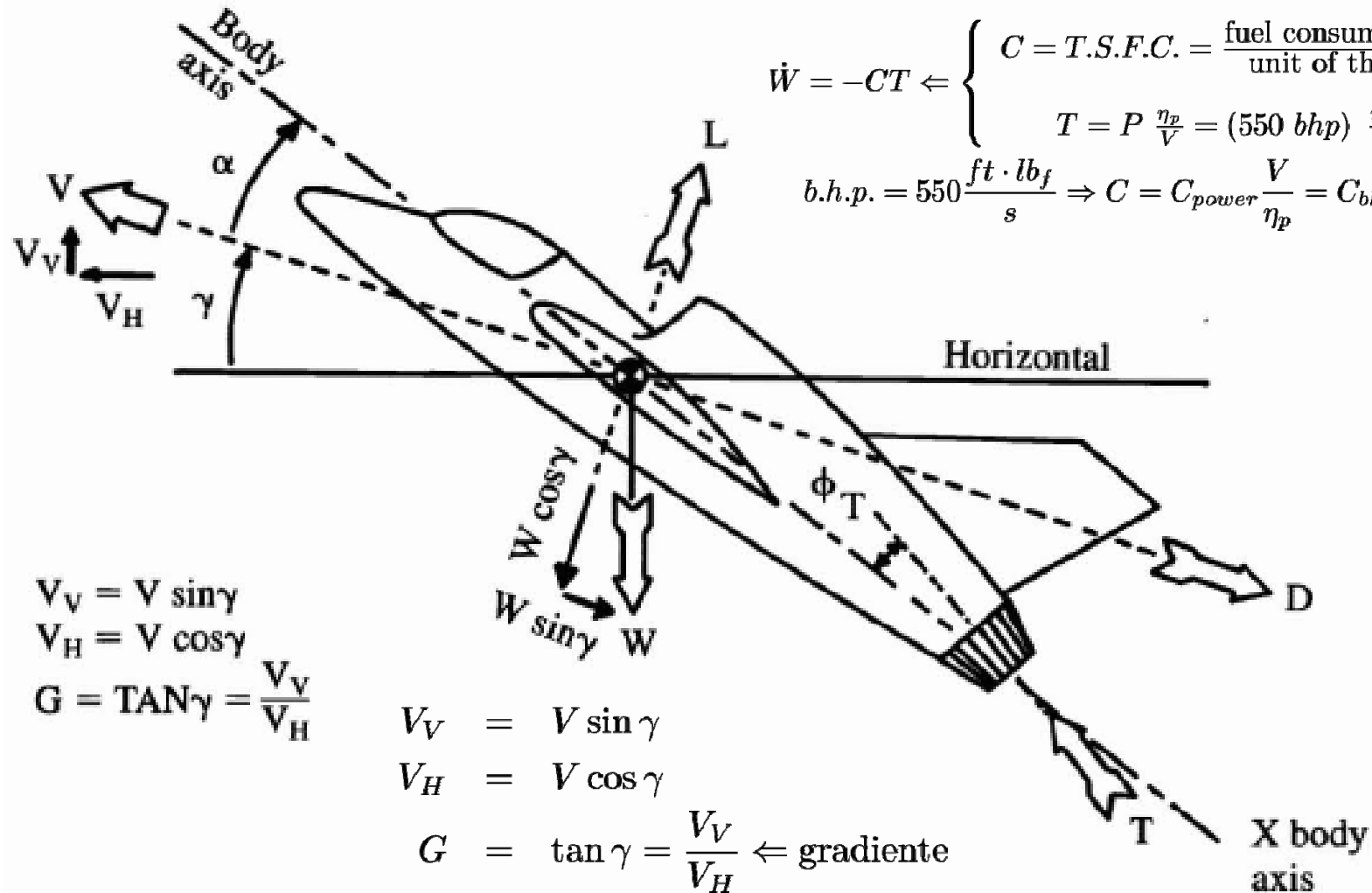
Introducción a las Actuaciones - 7

$$\Sigma F_x = T - D - W \sin \gamma$$

$$\Sigma F_z = L - W \cos \gamma$$

$$\Sigma F_x = T \cos(\alpha + \phi_T) - D - W \sin \gamma$$

$$\Sigma F_z = T \sin(\alpha + \phi_T) + L - W \cos \gamma$$

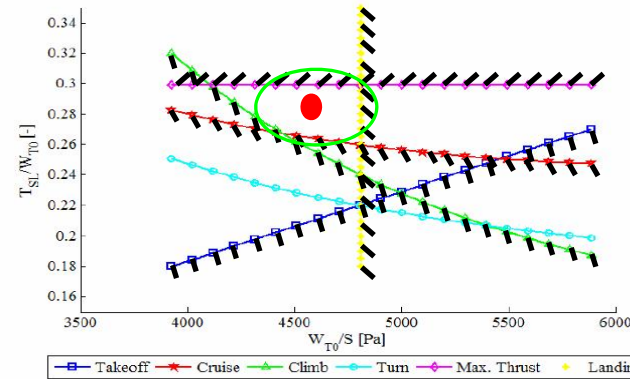


$$\dot{W} = -CT \left\{ \begin{array}{l} C = T.S.F.C. = \frac{\text{fuel consumption}}{\text{unit of thrust}} \\ T = P \frac{\eta_p}{V} = (550 \text{ bhp}) \frac{\eta_p}{V} \\ \text{b.h.p.} = 550 \frac{\text{ft} \cdot \text{lb}_f}{\text{s}} \Rightarrow C = C_{power} \frac{V}{\eta_p} = C_{bhp} \frac{V}{550 \eta_p} \end{array} \right.$$

¿Dónde Estamos?

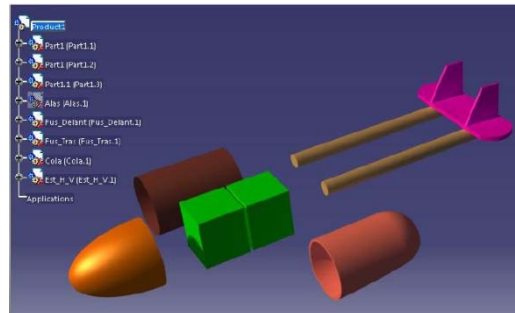
RFP → W/S & T/W

$$\frac{T_{t0}}{W_0} \geq \frac{T_{t0}}{T_{tloiter}} \frac{W_{loiter}}{W_{t0}} \left(\frac{K W_{t0} W_{loiter}}{q S W_{t0}} n^2 + \frac{C_{D0} q}{S \frac{W_{t0} W_{loiter}}{W_{t0}}} \right)$$

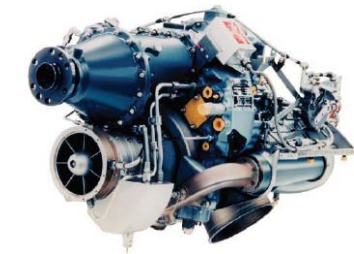


W/S & T/W
Elige

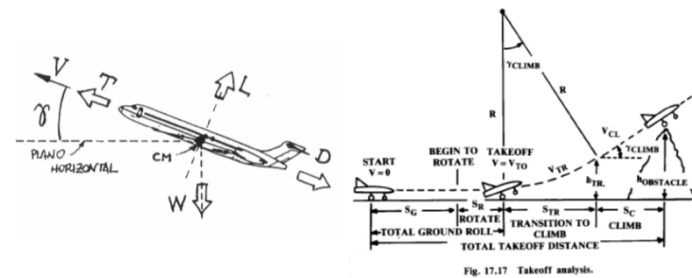
Elegidos
W/S & T/W



Estimación
W



Elegidos
W,S,T



¿Cumple?
Requisitos
RFP

Análisis de Actuaciones

Estimación Fracciones

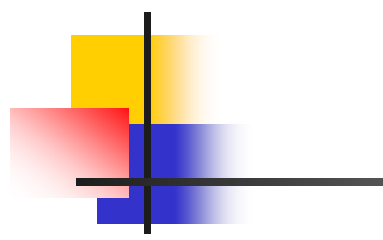


Table 3.2 Historical mission segment weight fractions

	(W_i/W_{i-1})
Warmup and takeoff	0.970
Climb	0.985
Landing	0.995

Análisis de Actuaciones

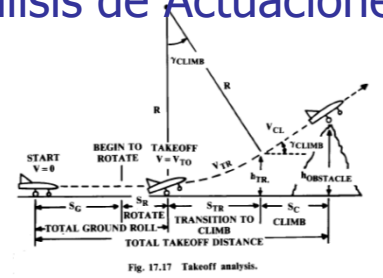
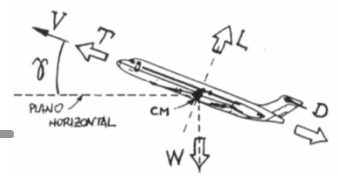
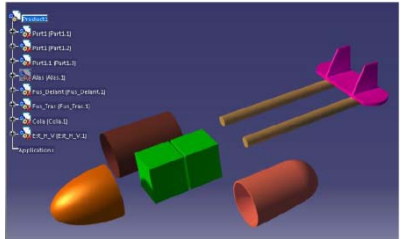
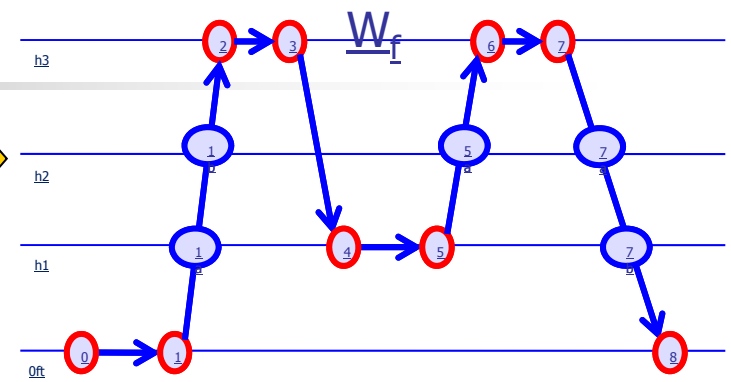


Fig. 17.17 Takeoff analysis.



$$W_0 = W_{crew} + W_{payload} + W_{fuel} + W_{empty}$$

Estimación Fracciones W_e

Elegidos W, S, T

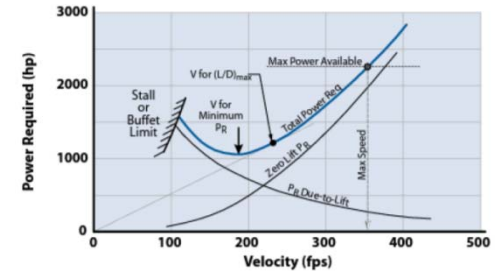


Figure 3.3 Power required for typical reciprocating-engine aircraft at constant altitude.

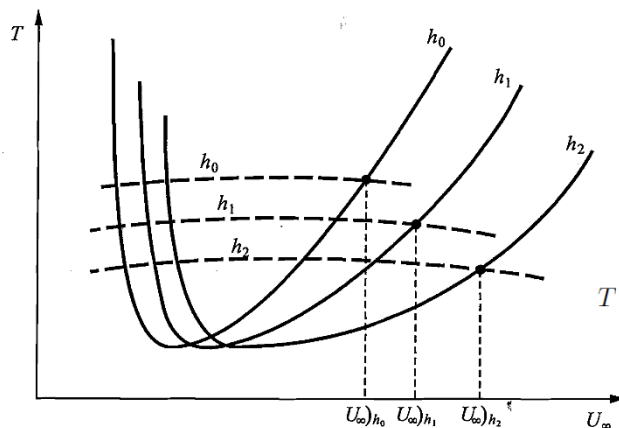
$$V_{min\ power} = \sqrt{\frac{2W}{\rho S}} \sqrt{\frac{K}{3C_{D0}}}$$

$$V_{min\ thrust\ or\ drag} = \sqrt{\frac{2W}{\rho S}} \sqrt{\frac{K}{C_{D0}}}$$

¿Cumple? Requisitos RFP

Pautas para mejorar actuaciones

- Pautas para mejorar actuaciones:
 - 1º Cálculos con mínimos del RFP.
 - Asumir que el perfil de vuelo en los segmentos de subida y descenso no recorre distancias horizontales
 - 2º Cálculo de distancias reales
 - considerar las distancias horizontales recorridas en segmentos de subida y descenso, por lo que el tramo de crucero será menor
 - 3º Calcular la posición de palanca asociada para la velocidad impuesta:
 - El RFP recomienda una posición de palanca para cada segmento (como punto de partida)
 - Por lo general la recomendación de posición de palanca implica que se tiene más empuje que resistencia -> más consumo de combustible
 - Ejemplo: si en crucero se tiene más empuje que resistencia asociada a la posición de palanca lo que se hace es calcular la posición de palanca correcta
 - 4º Calcular la posición de palanca asociada para la velocidad óptimas (que serán diferentes de las impuestas en el RFP)
 - Velocidad de crucero óptimo, velocidad de subida óptima...
 - 5º Modificar la geometría del avión (C_{D0} , k , S , etc...) para que la posición de palanca asociada para velocidades óptimas sea también óptima
 - Optimización de las actuaciones del motor elegido



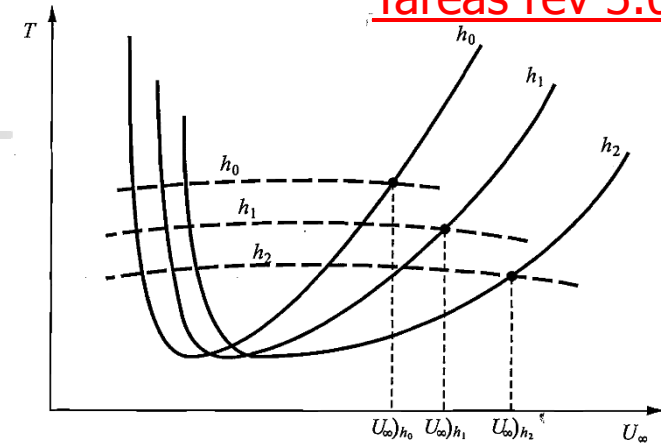
$$T = \frac{P}{V} \eta_p \quad \longrightarrow \quad P = \delta_T P_{SL} \left(1 + \frac{\gamma - 1}{2} M^2 \right)^{\frac{\gamma - 1}{\gamma}} \frac{P}{P_{SL}}$$

$$T = \delta_T T_{SL} \left(1 + \frac{\gamma - 1}{2} M^2 \right)^{\frac{\gamma - 1}{\gamma}} (1,00 - 0,49\sqrt{M}) \frac{\delta}{\theta} = \delta_T T_{SL} \left(1 + \frac{\gamma - 1}{2} M^2 \right)^{\frac{\gamma - 1}{\gamma}} (1,00 - 0,49\sqrt{M}) \frac{\rho}{\rho_{SL}}$$

Modelo - Turbofan

Tareas rev 3.0

- Empuje: Variación (V,h)



$$T = \delta_T T_{SL} \left(1 + \frac{\gamma - 1}{2} M^2\right)^{\frac{\gamma - 1}{\gamma}} (1,00 - 0,49\sqrt{M}) \frac{\delta}{\theta} = \delta_T T_{SL} \left(1 + \frac{\gamma - 1}{2} M^2\right)^{\frac{\gamma - 1}{\gamma}} (1,00 - 0,49\sqrt{M}) \frac{\rho}{\rho_{SL}}$$

$$\delta_T = \frac{1}{T_{SL}} \frac{\rho_{SL}}{\rho} \frac{D}{(1,00 - 0,49\sqrt{M})} \left(1 + \frac{\gamma - 1}{2} M^2\right)^{-\frac{(\gamma - 1)}{\gamma}} \Rightarrow T = D = \frac{1}{2} \rho V^2 S C_{D_i}$$

$$C_{D_i} = C_{D_{0,i}} + k C_{L_i}^2$$

$$C_{L_i} = \frac{2W}{\rho V^2 S}$$

- Consumo:

- JET-A-1 (motor turbo-prop): densidad 0.8159 kg/l

High bypass

$$c_{TSFC} = c_{SL} (1,0 + 1,2M) \sqrt{\theta}$$

Low bypass

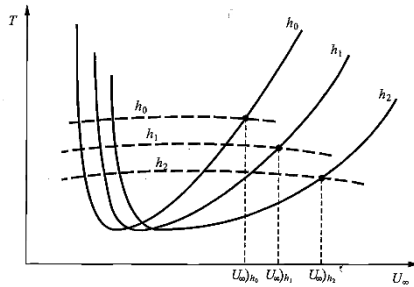
$$c_{TSFC} = c_{SL} (1,0 + 0,33M) \sqrt{\theta} \rightarrow (\text{potencia militar})$$

→ [lb/lbf · hr],

$$c_{TSFC} = c_{SL} (1,0 + 0,16875M) \sqrt{\theta} \rightarrow (\text{potencia maxima})$$

Modelo - Turboprop

- **Potencia: Variación (V,h)**



$$T = \frac{P}{V} \eta_p \quad \Rightarrow \quad P = \delta_T P_{SL} \left(1 + \frac{\gamma - 1}{2} M^2 \right)^{\frac{\gamma - 1}{\gamma}} \frac{p}{p_{SL}}$$

$$\delta_T = \frac{1}{P_{SL}} \frac{p_{SL}}{p} \frac{DV}{\eta_p} \left(1 + \frac{\gamma - 1}{2} M^2 \right)^{-\left(\frac{\gamma - 1}{\gamma}\right)} \quad \Rightarrow \quad T = D = \frac{1}{2} \rho V^2 S C_{D_i} \quad \Rightarrow$$

$$C_{D_i} = C_{D_{0,i}} + k C_{L_i}^2$$

$$C_{L_i} = \frac{2W}{\rho V^2 S}$$

- **Consumo:**

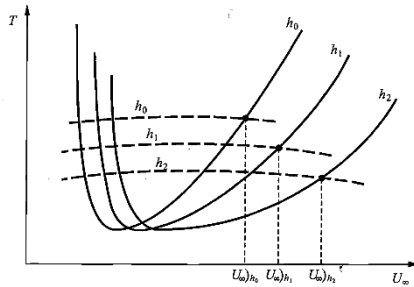
- JET-A-1 (motor turbo-prop): densidad 0.8159 kg/l

$$C_{bhp} = \frac{c_P}{P} = \left(\frac{c_P}{P} \right)_{SL} (1 + 1.44M) \sqrt{\theta} \quad \Rightarrow \quad [lb/shp \cdot hr]$$

$$C = C_{bhp} \frac{V}{550 \eta_p} = \left(\frac{lb}{hp \cdot h} \right) \times \left(\frac{1hp}{550 ft \cdot lb/s} \right) \times \left(\frac{1h}{3600s} \right) = \frac{1}{s}$$

Modelo – Combustión Interna

■ Potencia: Variación (V,h)



$$T = \frac{P}{V} \eta_p \quad \Rightarrow \quad Bhp = \delta_P \cdot Bhp_{SL} \left(\frac{8,55 \frac{\rho}{\rho_{SL}} - 1}{7,55} \right)$$

$$\delta_P = \frac{DV}{\eta_p} \frac{1}{Bhp_{SL}} \left(\frac{8,55 \frac{\rho}{\rho_{SL}} - 1}{7,55} \right)^{-1} \quad \Rightarrow \quad T = D = \frac{1}{2} \rho V^2 S C_{D_i} \quad \Rightarrow$$

$$C_{D_i} = C_{D_{0,i}} + k C_{L_i}^2$$

$$C_{L_i} = \frac{2W}{\rho V^2 S}$$

■ Consumo: constante para V y h

- Gasolina (motor turbo-prop): densidad 0.775 kg/l
- Posición de palanca
 - 115% 19.83 gal/hr
 - 100% 16.34 gal/hr
 - 85% 12.26 gal/hr
 - 75% 11.00 gal/hr
 - 65% 8.50 gal/hr
 - 25% 0.30 gal/hr

$$C_{bhp} = \frac{c_P}{P} = \left(\frac{c_P}{P} \right)_{SL} \quad \Rightarrow \quad [lb/shp \cdot hr].$$

$$C = C_{bhp} \frac{V}{550 \eta_p} = \left(\frac{lb}{hp \cdot h} \right) \times \left(\frac{1hp}{550 ft \cdot lb/s} \right) \times \left(\frac{1h}{3600s} \right) = \frac{1}{s}$$

Empuje mínimo requerido para vuelo nivelado.

- El empuje mínimo para mantener el avión en vuelo se corresponde con la condición de **máxima eficiencia aerodinámica (L/D)**.
 - Tomando la relación de T/W y obteniendo su derivada con respecto a la velocidad e igualándola a cero nos da la velocidad mínima para max L/D y min T:

$$\frac{T}{W} = \frac{1}{L/D} = \frac{qC_{D0}}{(W/S)} + \left(\frac{W}{S}\right) \frac{K}{q} \quad \Rightarrow \quad \frac{\partial(T/W)}{\partial V} = \frac{\rho VC_{D0}}{W/S} - \frac{W}{S} \frac{2K}{\frac{1}{2}\rho V^3} = 0 \quad \Rightarrow \quad V_{\text{min thrust or drag}} = \sqrt{\frac{2W}{\rho S}} \sqrt{\frac{K}{C_{D0}}}$$

- También podemos obtener el coeficiente de sustentación para reducir al mínimo la resistencia.
 - Solo depende de las características aerodinámicas, por lo que para cualquier avión, este puede volar con el coeficiente de sustentación óptimo para reducir la resistencia al mínimo:
 - variación de la velocidad
 - La densidad (altitud)

$$C_{L \text{ min thrust or drag}} = \sqrt{\frac{C_{D0}}{K}}$$

- **La resistencia inducida es igual a la resistencia parasitaria**

$$D_{\text{min thrust or drag}} = qS \left[C_{D0} + K \left(\sqrt{\frac{C_{D0}}{K}} \right)^2 \right] = qS(C_{D0} + C_{D0})$$



Requisitos Actuaciones

- Empuje Mínimo
- Potencia Mínima
- Empuje y Potencia Requerida
- Alcance
- Actuaciones Integrales (aprox)
 - Max alcance
 - Max autonomía

Empuje y Potencia

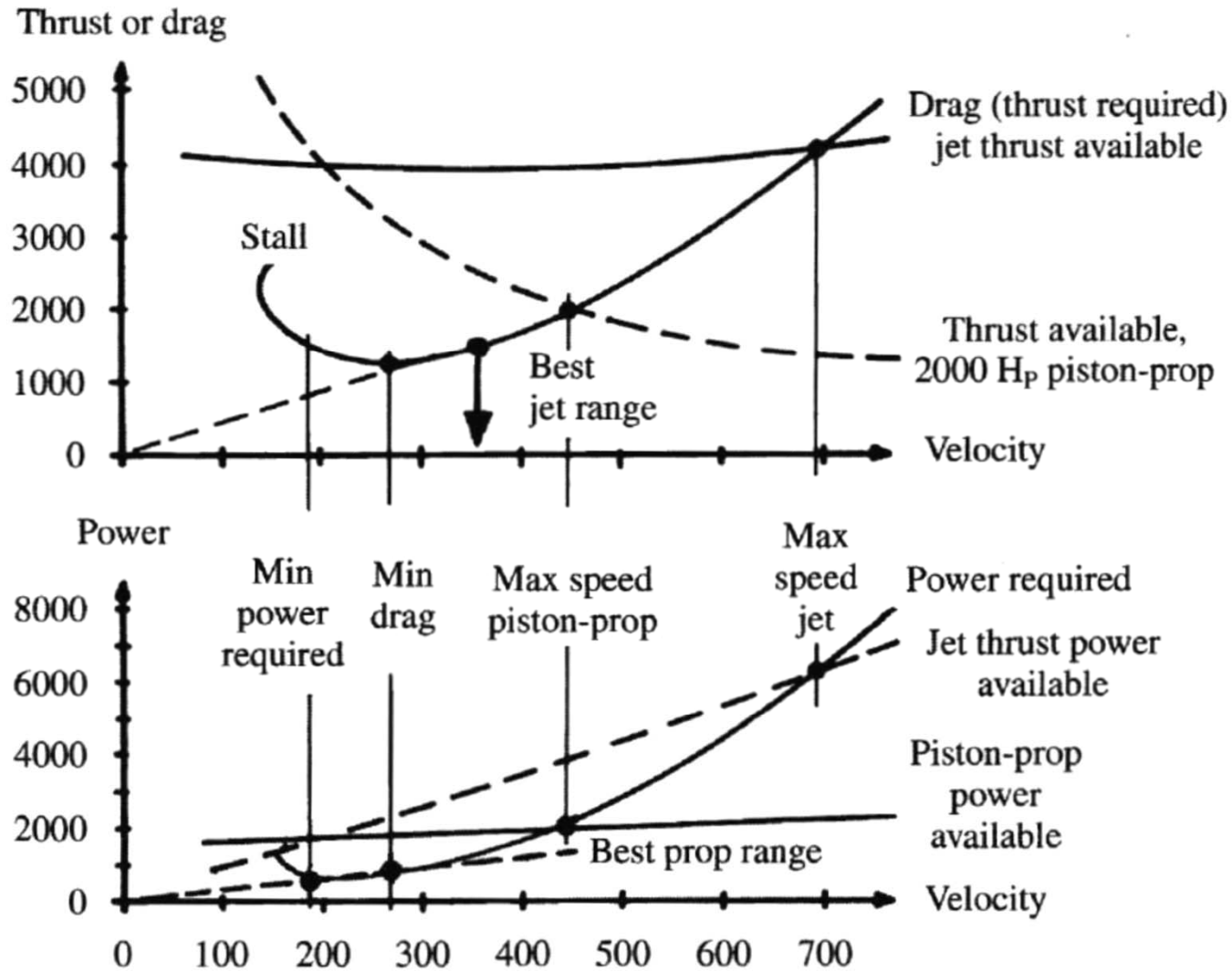
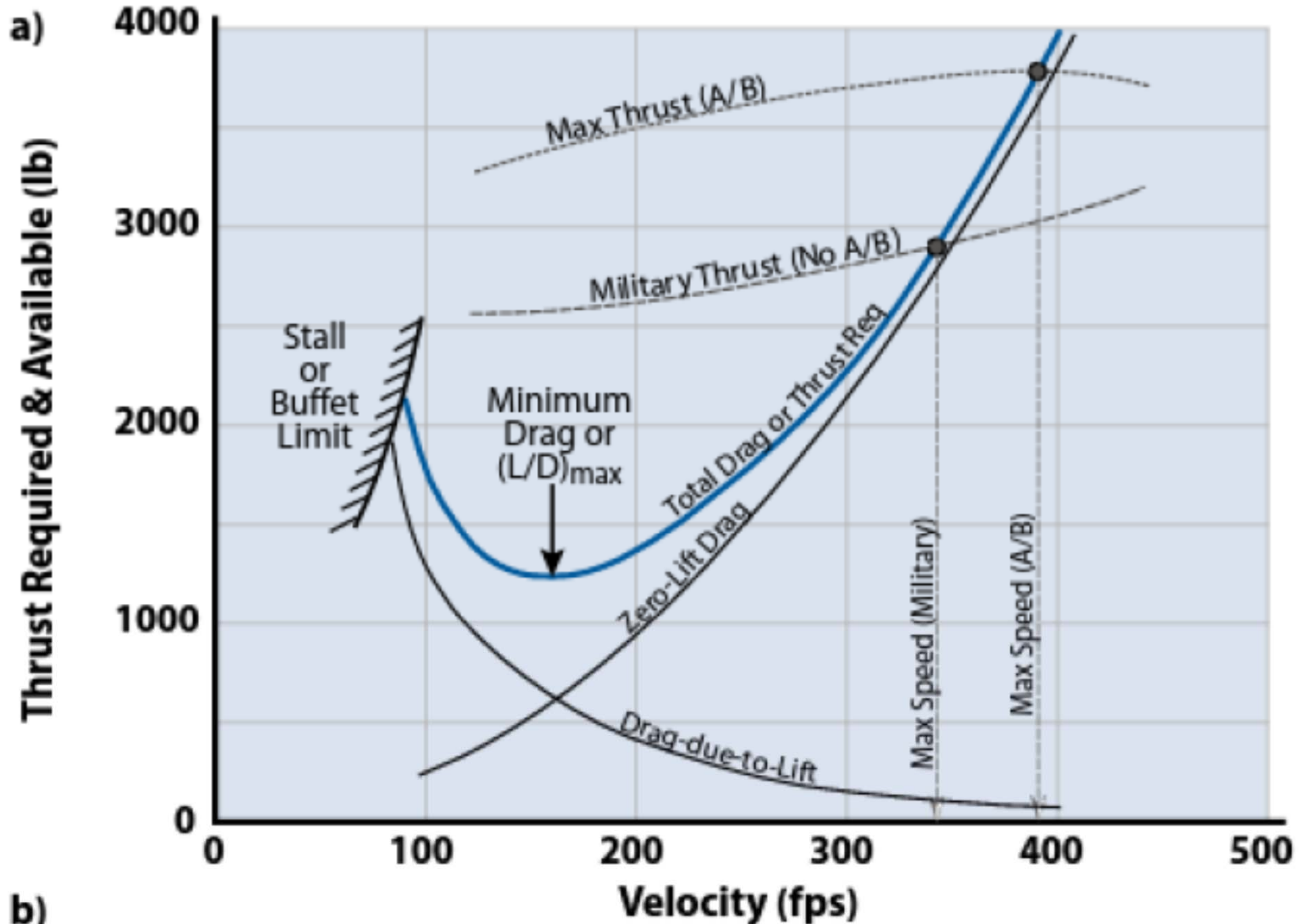


Fig. 17.2 Thrust and power.

Empuje y Potencia - II



Potencia mínima requerida para vuelo nivelado.

- Las condiciones para mínimo empuje y mínima potencia no son las mismas.
- Potencia es igual a Fuerza x Velocidad
 - Para el caso de vuelo nivelado $F = D$

$$P = DV = qS(C_{D0} + KC_L^2)V = \frac{1}{2}\rho V^3 S(C_{D0} + KC_L^2) \quad \Rightarrow \quad P = \frac{1}{2}\rho V^3 SC_{D0} + \frac{KW^2}{\frac{1}{2}\rho VS}$$

- De igual forma que para la determinación del empuje mínimo, para calcular la **potencia mínima** requerida para vuelo nivelado se toma la **derivada** de la **potencia** con **respecto** de la **velocidad** y se iguala a cero:

$$\frac{\partial P}{\partial V} = \frac{3}{2}\rho V^2 SC_{D0} - \frac{KW^2}{\frac{1}{2}\rho V^2 S} = 0 \quad \Rightarrow \quad V_{\min \text{ power}} = \sqrt{\frac{2W}{\rho S}} \sqrt{\frac{K}{3C_{D0}}}$$

- La velocidad para potencia mínima es aproximadamente $0.76 V_{\min \text{ empuje}}$.

- CL min potencia 73% superior que CL min empuje
- $C_{Di} = 3 C_{D0}$
- $C_D = 4 C_{D0}$

$$C_{L \min \text{ power}} = \sqrt{\frac{3C_{D0}}{K}}$$

- Con potencia mínima que vuela a menor velocidad
 - $L/D = 0.866 L/D \text{ max}$

$$D_{\min \text{ power}} = qS(C_{D0} + 3C_{D0})$$

Empuje y Potencia Requerida - I

- Para el cálculo del empuje y potencias mínimas se ha asumido que
 - C_{D0} es constante con la velocidad.
 - C_{Di} aproximación parabólica.
 - K – eficiencia aerodinámica es constante con la velocidad

$$D = qS(C_{D0} + KC_L^2)$$

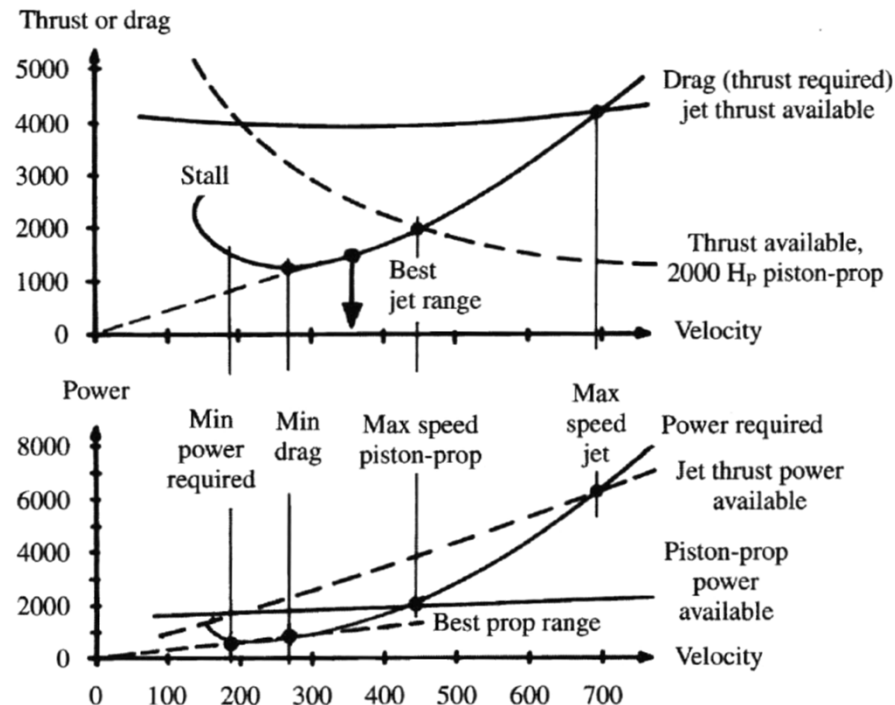


Fig. 17.2 Thrust and power.

Empuje y Potencia - III

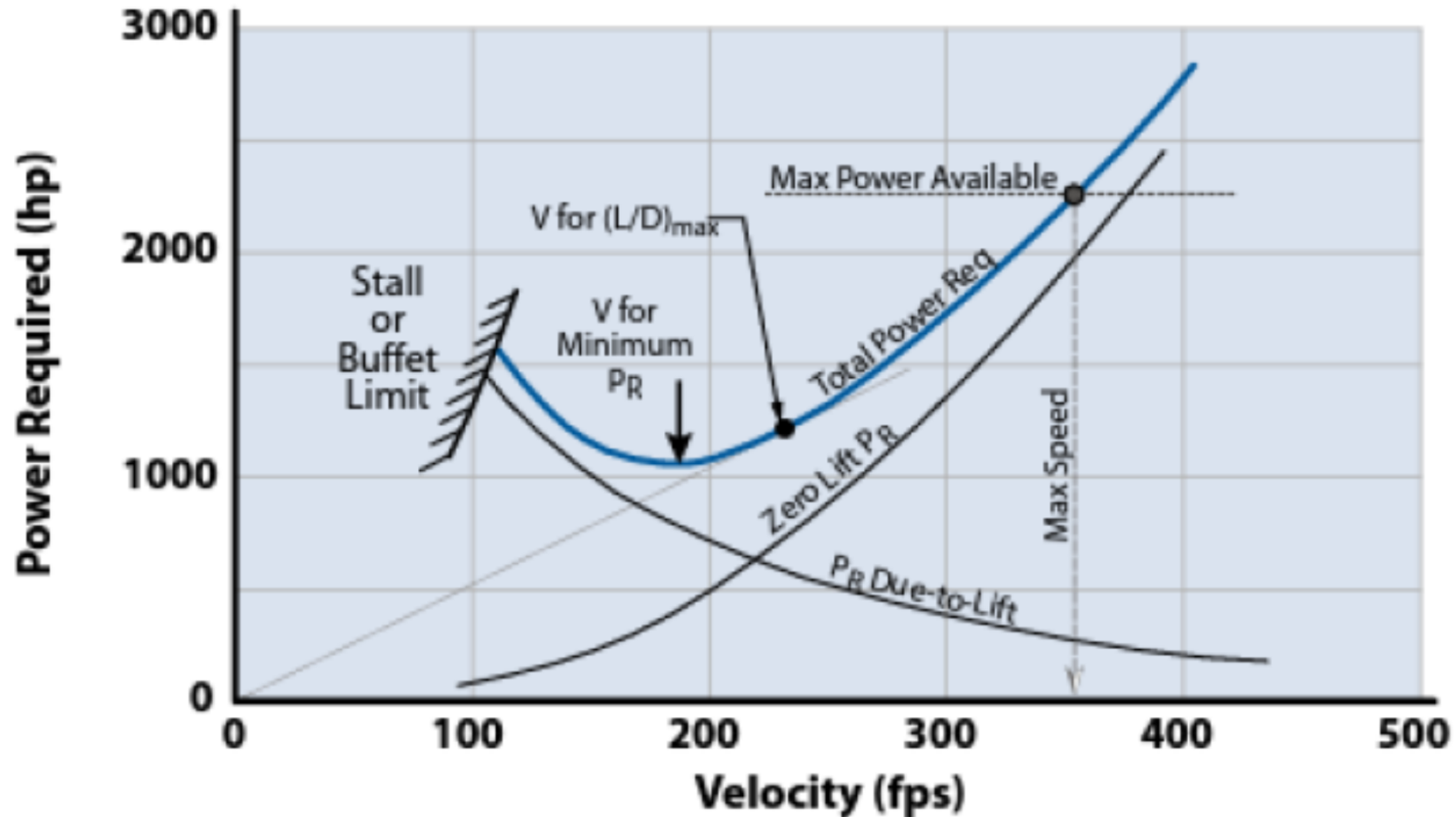


Figure 3.3 Power required for typical reciprocating-engine aircraft at constant altitude.

Alcance - I

- El **alcance** de un avión es igual a la **velocidad** a la que vuela por el **tiempo** que es capaz de mantenerse en vuelo.
- **Tiempo de vuelo** es igual a la **cantidad de combustible** que lleva el avión **dividido** por la **velocidad** a la que el **combustible es consumido**.
- El cálculo no es inmediato ya que a medida que el avión gasta combustible, también **pierde peso** lo que **cambia la resistencia** , y a su vez **cambia el empuje necesario**
- El **alcance instantáneo** describe la distancia adicional que el avión viajará con el próximo **incremento de combustible quemado**.

$$\frac{dR}{dW} = \frac{V}{-CT} = \frac{V}{-CD} = \frac{V(L/D)}{-CW}$$

- La integración del alcance instantáneo con respecto a la variación de peso del avión se traduce en las **ecuaciones del alcance de Breguet**
 - Asumen que son **constantes**
 - Velocidad
 - Consumo específico
 - L/D
 - Ecuaciones de Breguet requieren que el coeficiente de sustentación (C_L) sea **constante**.
 - Para **mantener C_L constante** a la que se **reduce peso** implica que hay **reducir la presión dinámica** – *cruise-climbing*
 - Recordar que para aviones de transporte **NO** esta permitido el *cruise-climbing* por motivos de tráfico aéreo.
 - La ecuación de Breguet se **puede aplicar en segmentos pequeños en los que se mantiene altitud y velocidad constante**, con el L/D apropiado para cada segmento según **desciende el peso del avión**

Alcance – II – Jet Optimization

- Para obtener las **condiciones optimas** de alcance para turbinas, se analiza la ecuación de Breguet mirando los **términos** que **no** dependen de la **variación** del **peso** de avión:

$$\frac{dR}{dW} = \frac{V}{-CT} = \frac{V}{-CD} = \frac{V(L/D)}{-CW}$$

- Parámetro del alcance

$$\frac{V}{C} \left(\frac{L}{D} \right) = \frac{V}{C} \left(\frac{C_L}{C_{D0} + KC_L^2} \right) = \frac{2W/\rho VS}{CC_{D0} + (4KW^2C)/(\rho^2 V^4 S^2)}$$

- La **derivada** del **parámetro** del **alcance** con respecto a **V** nos da:

- la velocidad óptima para un alcance óptimo:
- El coeficiente de sustentación óptimo
- La resistencia óptima

$$V_{\text{best range}} = \sqrt{\frac{2W}{\rho S}} \sqrt{\frac{3K}{C_{D0}}} \quad C_{L_{\text{best range}}} = \sqrt{\frac{C_{D0}}{3K}}$$

- C_D optimo = 1.33 C_{D0}
- La resistencia volando para maximizar alcance es mayor que para L/D max

- Hipótesis:

$$D_{\text{best range}} = qS \left(C_{D0} + \frac{C_{D0}}{3} \right)$$

- El **parámetro** de **alcance** se asume que es **constante** con el **peso**, lo que se obtiene **aumentando** la **altitud**, lo que cambiaría también el **consumo específico** de los motores
- C_{D0} y K son constantes y no varía con velocidad
- Resultados más aproximados se obtienen “buscando” en la envolvente de vuelo los valores para los que el parámetro del alcance $(V/C)(L/D)$ es máximo

Alcance – Jet Optimization

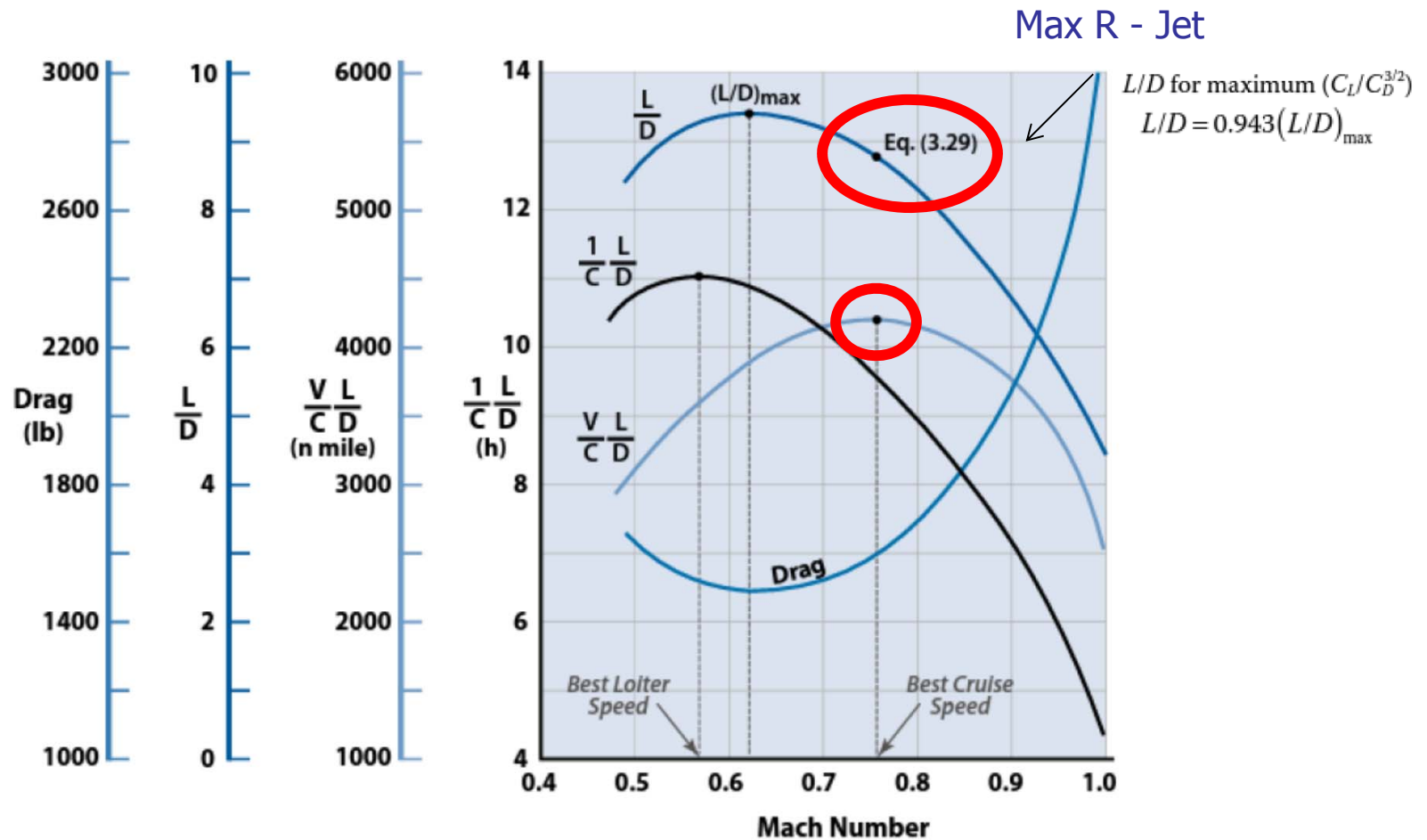


Figure 3.7 Cruise and loiter performance of composite lightweight fighter at 36,000 ft and $W/S_{ref} = 40$ psf (see Table 3.1).

Alcance – IV – Jet Optimization

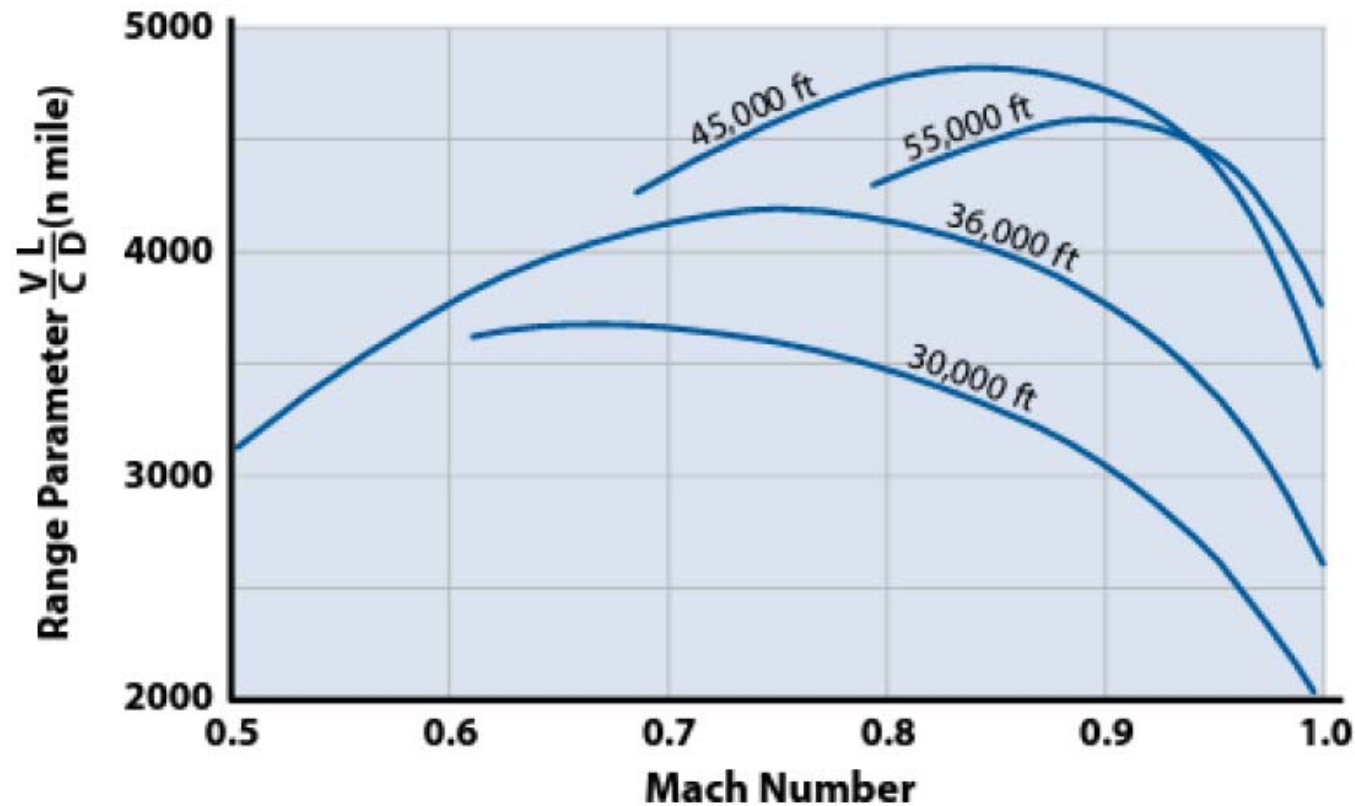


Figure 3.8 Range factor vs Mach number for composite lightweight fighter at $W/S = 40$ psf.

Alcance – III – Prop

- Para obtener las **condiciones óptimas** de **alcance** para **props**, se analiza la ecuación de Breguet mirando los términos que no dependen de la variación del peso de avión:

- Parámetro del alcance

$$C = C_{\text{power}} \frac{V}{\eta_p} = C_{\text{bhp}} \frac{V}{550 \eta_p}$$

$$R = \int_{W_i}^{W_f} \frac{V(L/D)}{-CW} dW = \frac{VL}{CD} \ln\left(\frac{W_i}{W_f}\right)$$

Imperial Units

$$R = \frac{\eta_p}{C_{\text{power}}} \frac{L}{D} \ln\left(\frac{W_i}{W_f}\right) = \frac{550\eta_p}{C_{\text{bhp}}} \frac{L}{D} \ln\left(\frac{W_i}{W_f}\right)$$

- El alcance máximo se obtiene cuando vuela con eficiencia aerodinámica máxima $(L/D)_{\text{max}}$, lo que se corresponde con vuelo para mínimo empuje

$$V_{\text{min thrust or drag}} = \sqrt{\frac{2W}{\rho S}} \sqrt{\frac{K}{C_{D_0}}}$$

$$C_{L \text{ min thrust or drag}} = \sqrt{\frac{C_{D_0}}{K}}$$

$$(L/D)_{\text{max}} = 1 / (2\sqrt{C_{D_0} K})$$

$$D_{\text{min thrust or drag}} = qS \left[C_{D_0} + K \left(\sqrt{\frac{C_{D_0}}{K}} \right)^2 \right] = qS(C_{D_0} + C_{D_0})$$

Actuaciones Integrales – Alcance - I

$$\frac{dR}{dW} = \frac{V}{-CT} = \frac{V}{-CD} = \frac{V(L/D)}{-CW} \quad \longrightarrow \quad R = \int_{w_i}^{w_f} \frac{V(L/D)}{-CW} dW = \frac{VL}{CD} \ln\left(\frac{W_i}{W_f}\right)$$

Optimizando para Jet

$$\frac{V(L/D)}{C} = \frac{V}{C} \left(\frac{C_L}{C_{D0} + KC_L^2} \right) = \frac{2W/\rho VS}{CC_{D0} + (4KW^2C)/(\rho^2 V^4 S^2)}$$

$$V_{\text{best range}} = \sqrt{\frac{2W}{\rho S}} \sqrt{\frac{3K}{C_{D0}}}$$

$$C_{L_{\text{best range}}} = \sqrt{\frac{C_{D0}}{3K}}$$

$$D_{\text{best range}} = qS \left(C_{D0} + \frac{C_{D0}}{3} \right)$$

Optimizando para Pistón

$$C = C_{\text{power}} \frac{V}{\eta_p} = C_{\text{bhp}} \frac{V}{550 \eta_p}$$

$$R = \int_{w_i}^{w_f} \frac{V(L/D)}{-CW} dW = \frac{VL}{CD} \ln\left(\frac{W_i}{W_f}\right)$$

$$R = \frac{\eta_p}{C_{\text{power}}} \frac{L}{D} \ln\left(\frac{W_i}{W_f}\right) = \frac{550\eta_p}{C_{\text{bhp}}} \frac{L}{D} \ln\left(\frac{W_i}{W_f}\right)$$

$$\frac{T}{W} = \frac{1}{L/D} = \frac{qC_{D0}}{(W/S)} + \left(\frac{W}{S}\right) \frac{K}{q}$$

$$\frac{\partial(T/W)}{\partial V} = \frac{\rho VC_{D0}}{W/S} - \frac{W}{S} \frac{2K}{\frac{1}{2}\rho V^3} = 0$$

$$V_{\text{min thrust or drag}} = \sqrt{\frac{2W}{\rho S}} \sqrt{\frac{K}{C_{D0}}}$$

$$C_{L_{\text{min thrust or drag}}} = \sqrt{\frac{C_{D0}}{K}}$$

$$D_{\text{min thrust or drag}} = qS \left[C_{D0} + K \left(\sqrt{\frac{C_{D0}}{K}} \right)^2 \right] = qS(C_{D0} + C_{D0})$$

Alcance – Prop Optimization

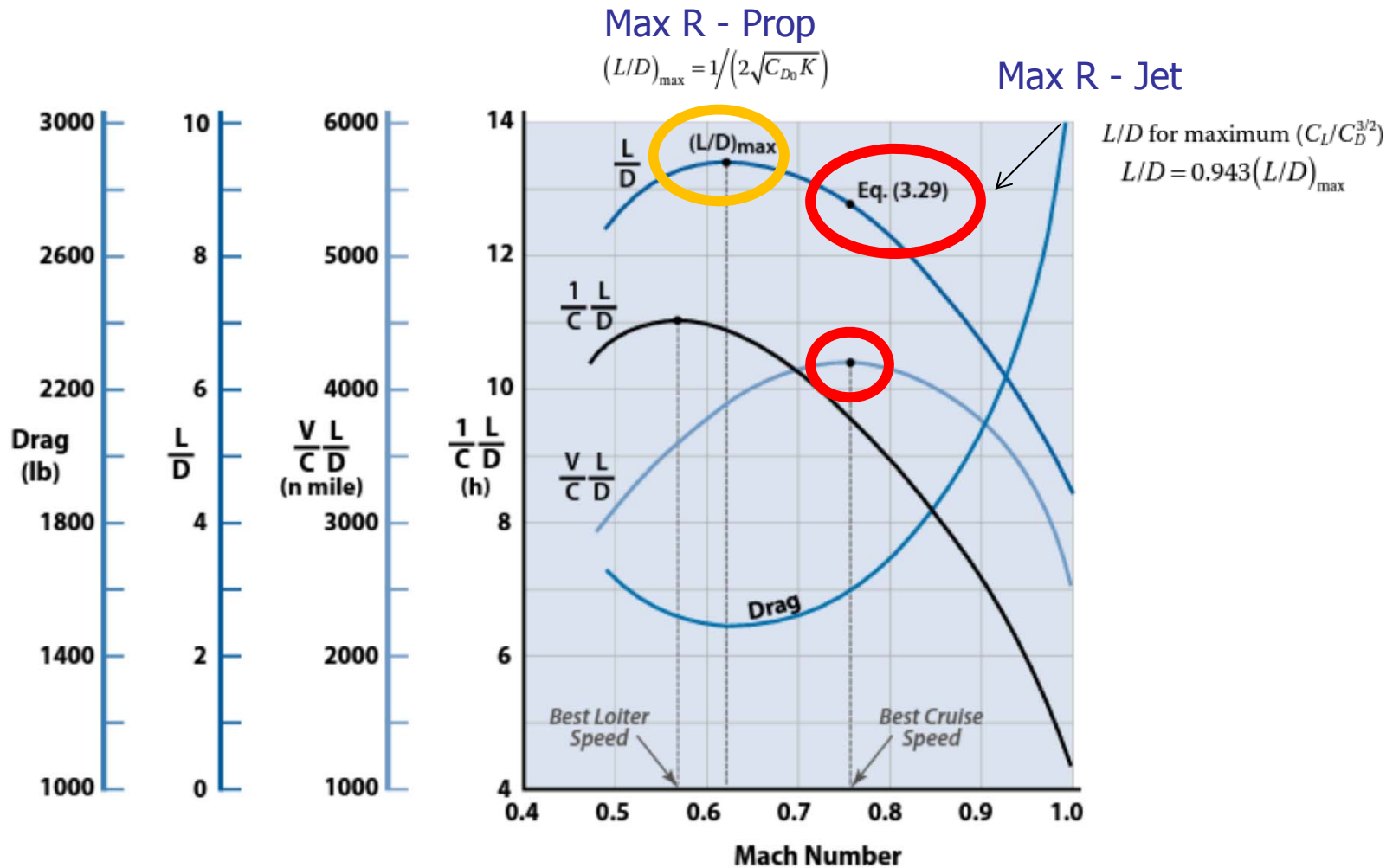


Figure 3.7 Cruise and loiter performance of composite lightweight fighter at 36,000 ft and $W/S_{ref} = 40$ psf (see Table 3.1).

Autonomía (Loiter) - I

- La **autonomía** es la **cantidad de tiempo** que un avión puede **permanecer en el aire**, y es simplemente la **cantidad de combustible** que el avión puede llevar por el **ratio** al que el **combustible es quemado** por los motores.
- El cambio del peso del avión debido al consumo de combustible presenta un gran problema a la hora de estimar el tiempo de autonomía
- La **autonomía instantánea** es simplemente la **cantidad de tiempo** que el avión permanecerá en vuelo por la **siguiente fracción de combustible** gastado.

$$\frac{dE}{dW} = -\frac{1}{CT} = -\frac{1}{CW} \left(\frac{L}{D}\right)$$

$$E = \int_{W_f}^{W_i} \frac{1}{-CT} dW = \int_{W_f}^{W_i} \frac{1}{CW} \left(\frac{L}{D}\right) dW = \left(\frac{L}{D}\right) \left(\frac{1}{C}\right) \ln\left(\frac{W_i}{W_f}\right)$$

- Para turbinas, el único término que varía con la velocidad es **L/D**, por lo que maximizar autonomía implica **maximizar L/D**

$$V_{\min \text{ thrust or drag}} = \sqrt{\frac{2W}{\rho S}} \sqrt{\frac{K}{C_{D0}}} \quad (L/D)_{\max} = 1 / (2\sqrt{C_{D0}K}) \quad C_{L \min \text{ thrust or drag}} = \sqrt{\frac{C_{D0}}{K}}$$

$$D_{\min \text{ thrust or drag}} = qS \left[C_{D0} + K \left(\sqrt{\frac{C_{D0}}{K}} \right)^2 \right] = qS(C_{D0} + C_{D0})$$

Autonomía – Jet Optimization

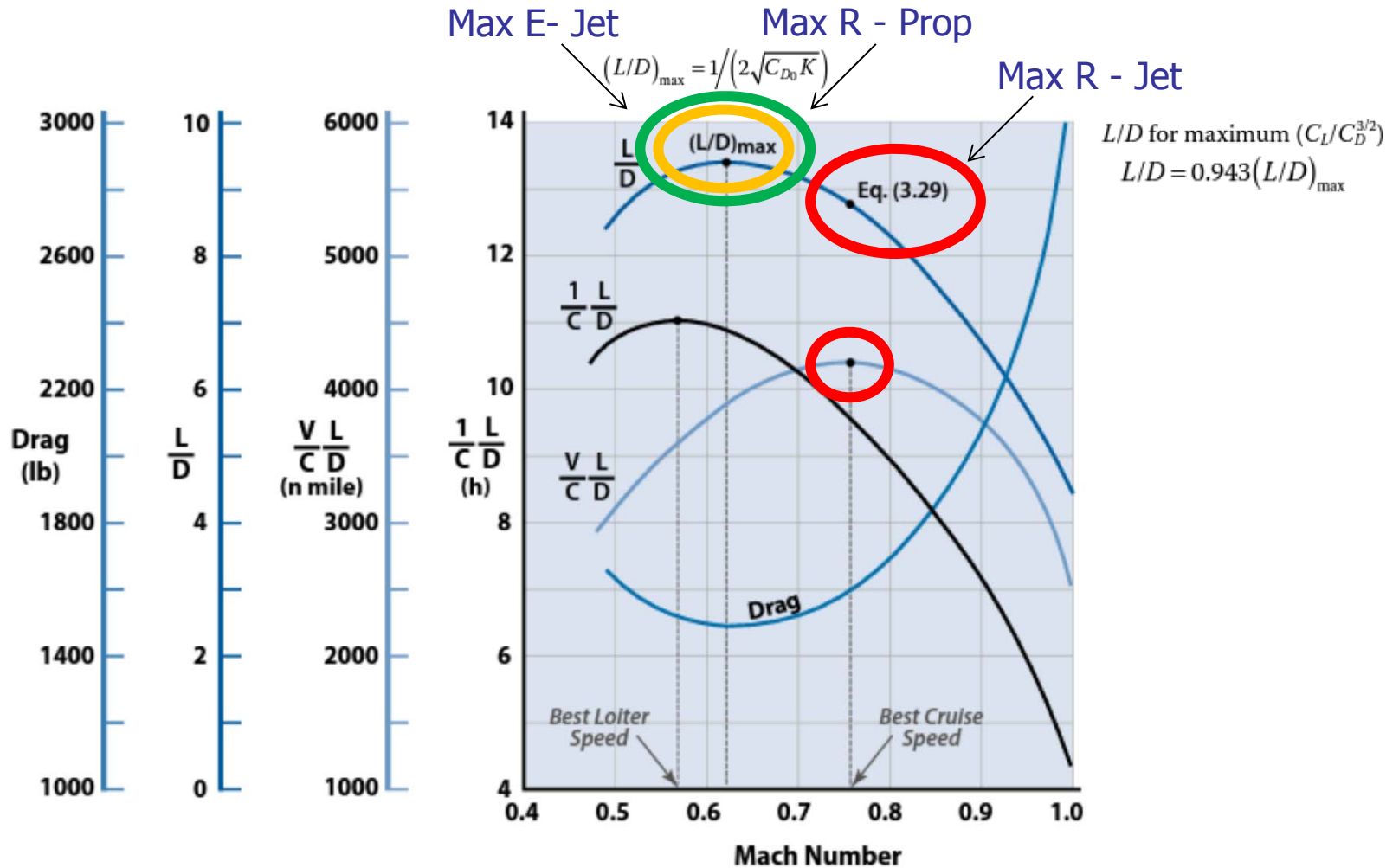


Figure 3.7 Cruise and loiter performance of composite lightweight fighter at 36,000 ft and $W/S_{ref} = 40$ psf (see Table 3.1).

Autonomía (Loiter) - Prop - II

- Para aviones con planta propulsora alternativa
 - La **autonomía instantánea** es simplemente la cantidad de tiempo que el avión permanecerá en vuelo por la siguiente fracción de combustible gastado.

$$C = C_{\text{power}} \frac{V}{\eta_p} = C_{\text{bhp}} \frac{V}{550 \eta_p} \quad \longrightarrow \quad E = \int_{W_i}^{W_f} \frac{1}{-CT} dW = \int_{W_f}^{W_i} \frac{1}{CW} \left(\frac{L}{D}\right) dW = \left(\frac{L}{D}\right) \left(\frac{1}{C}\right) \ln\left(\frac{W_i}{W_f}\right)$$

$$E = \left(\frac{L}{D}\right) \left(\frac{\eta_p}{C_{\text{power}} V}\right) \ln\left(\frac{W_i}{W_f}\right) = \left(\frac{L}{D}\right) \left(\frac{550 \eta_p}{C_{\text{bhp}} V}\right) \ln\left(\frac{W_i}{W_f}\right) \quad \longleftarrow$$

- La **autonomía máxima** se obtiene cuando se vuela con **mínima potencia**:

$$\frac{\partial}{\partial V} \left(\frac{L}{DV}\right) = \frac{\partial}{\partial V} \left[\frac{2W/\rho V^3 S}{C_{D_0} + (4KW^2/\rho^2 V^4 S^2)} \right] = 0 \quad \longrightarrow \quad V = \sqrt{\frac{2W}{\rho S} \sqrt{\frac{K}{3C_{D_0}}}}$$

- La velocidad para potencia mínima es aproximadamente $0.76 V_{\text{min}} \text{ empuje}$.
 - $C_{L \text{ min potencia}} = 73\% C_{L \text{ min empuje}}$
 - $C_{D_i} = 3 C_{D_0}$
 - $C_D = 4 C_{D_0}$
- Con potencia mínima que vuela a menor velocidad
 - $L/D = 0.866 L/D \text{ max}$

$$C_{L \text{ min potencia}} = \sqrt{\frac{3C_{D_0}}{K}}$$

$$D_{\text{min potencia}} = qS(C_{D_0} + 3C_{D_0})$$

Actuaciones Integrales – Autonomía - I

Optimizando para Jet – mínimo empuje

$$\frac{dE}{dW} = -\frac{1}{CT} = -\frac{1}{CW} \left(\frac{L}{D} \right) \longrightarrow E = \int_{W_i}^{W_f} \frac{1}{-CT} dW = \int_{W_f}^{W_i} \frac{1}{CW} \left(\frac{L}{D} \right) dW = \left(\frac{L}{D} \right) \left(\frac{1}{C} \right) \ln \left(\frac{W_i}{W_f} \right)$$

$$\frac{T}{W} = \frac{1}{L/D} = \frac{qC_{D0}}{(W/S)} + \left(\frac{W}{S} \right) \frac{K}{q} \longrightarrow \frac{\partial(T/W)}{\partial V} = \frac{\rho V C_{D0}}{W/S} - \frac{W}{S} \frac{2K}{\frac{1}{2}\rho V^3} = 0$$

$$V_{\min \text{ thrust or drag}} = \sqrt{\frac{2W}{\rho S}} \sqrt{\frac{K}{C_{D0}}}$$

$$C_{L \min \text{ thrust or drag}} = \sqrt{\frac{C_{D0}}{K}}$$

$$D_{\min \text{ thrust or drag}} = qS \left[C_{D0} + K \left(\sqrt{\frac{C_{D0}}{K}} \right)^2 \right] = qS(C_{D0} + C_{D0})$$

Actuaciones Integrales – Autonomía - II

Optimizando para Pistón – mínima potencia

$$C = C_{\text{power}} \frac{V}{\eta_p} = C_{\text{bhp}} \frac{V}{550 \eta_p} \quad \longrightarrow \quad E = \int_{W_i}^{W_f} \frac{1}{-CT} dW = \int_{W_i}^{W_f} \frac{1}{CW} \left(\frac{L}{D}\right) dW = \left(\frac{L}{D}\right) \left(\frac{1}{C}\right) \ln\left(\frac{W_i}{W_f}\right)$$

$$E = \left(\frac{L}{D}\right) \left(\frac{\eta_p}{C_{\text{power}} V}\right) \ln\left(\frac{W_i}{W_f}\right) = \left(\frac{L}{D}\right) \left(\frac{550 \eta_p}{C_{\text{bhp}} V}\right) \ln\left(\frac{W_i}{W_f}\right)$$

$$\frac{\partial}{\partial V} \left(\frac{L}{DV}\right) = \frac{\partial}{\partial V} \left[\frac{2W/\rho V^3 S}{C_{D_0} + (4KW^2/\rho^2 V^4 S^2)} \right] = 0 \quad \longrightarrow \quad V = \sqrt{\frac{2W}{\rho S}} \sqrt{\frac{K}{3C_{D_0}}}$$

$$E = \int_{W_i}^{W_0} \frac{\eta_{\text{pr}}}{c} \sqrt{\frac{\rho_{\infty} S C_L}{2W}} \frac{C_L}{C_D} \frac{dW_f}{W} \quad \longrightarrow \quad E = \frac{\eta_{\text{pr}}}{c} \sqrt{2\rho_{\infty} S} \frac{C_L^{3/2}}{C_D} \left(W_i^{-1/2} - W_0^{-1/2}\right)$$

$$V_{\text{min power}} = \sqrt{\frac{2W}{\rho S}} \sqrt{\frac{K}{3C_{D_0}}} \quad D_{\text{min power}} = qS(C_{D_0} + 3C_{D_0}) \quad C_{L_{\text{min power}}} = \sqrt{\frac{3C_{D_0}}{K}}$$

Autonomía – Jet Optimization

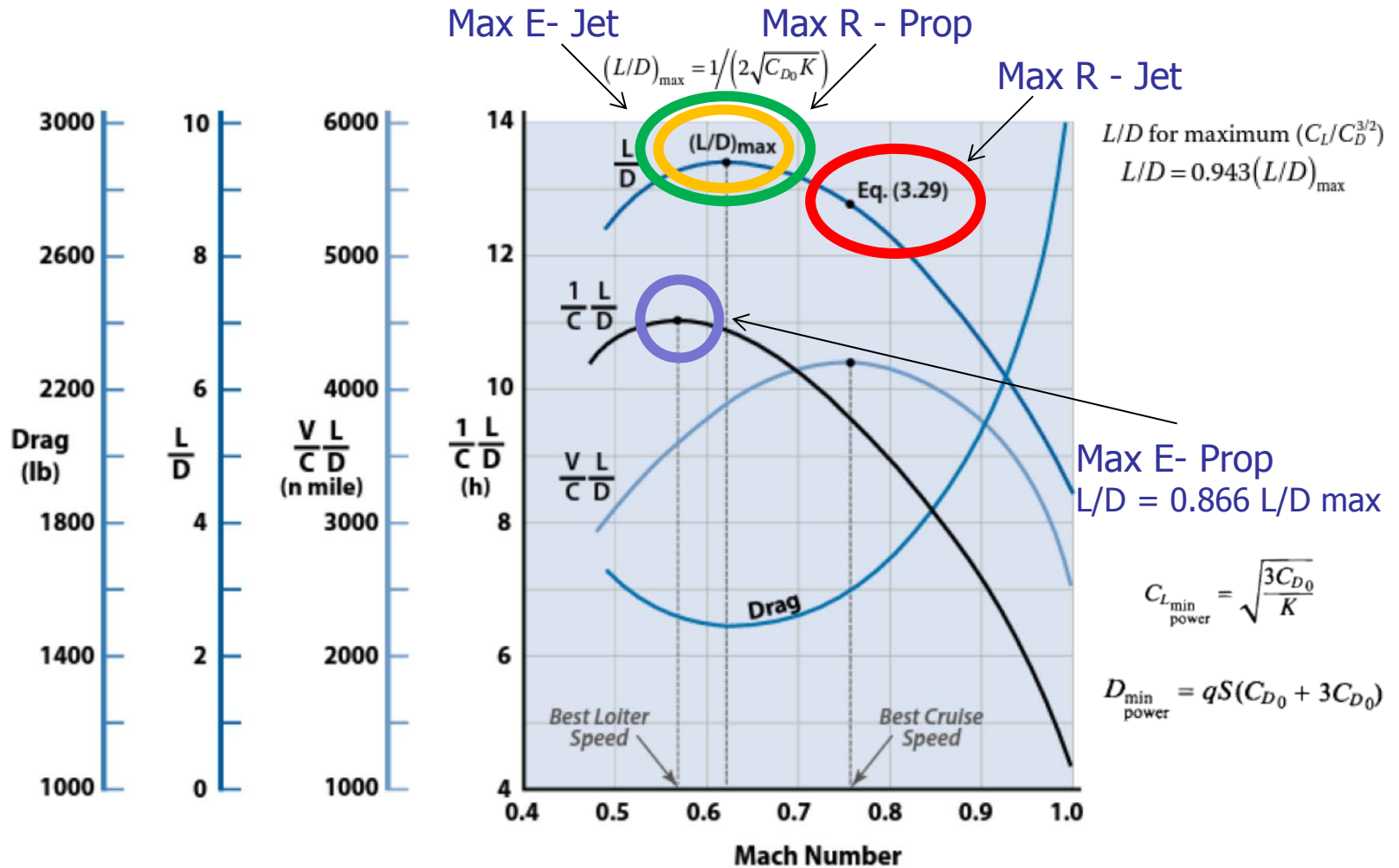


Figure 3.7 Cruise and loiter performance of composite lightweight fighter at 36,000 ft and $W/S_{ref} = 40$ psf (see Table 3.1).

Tendencias Crucero - I

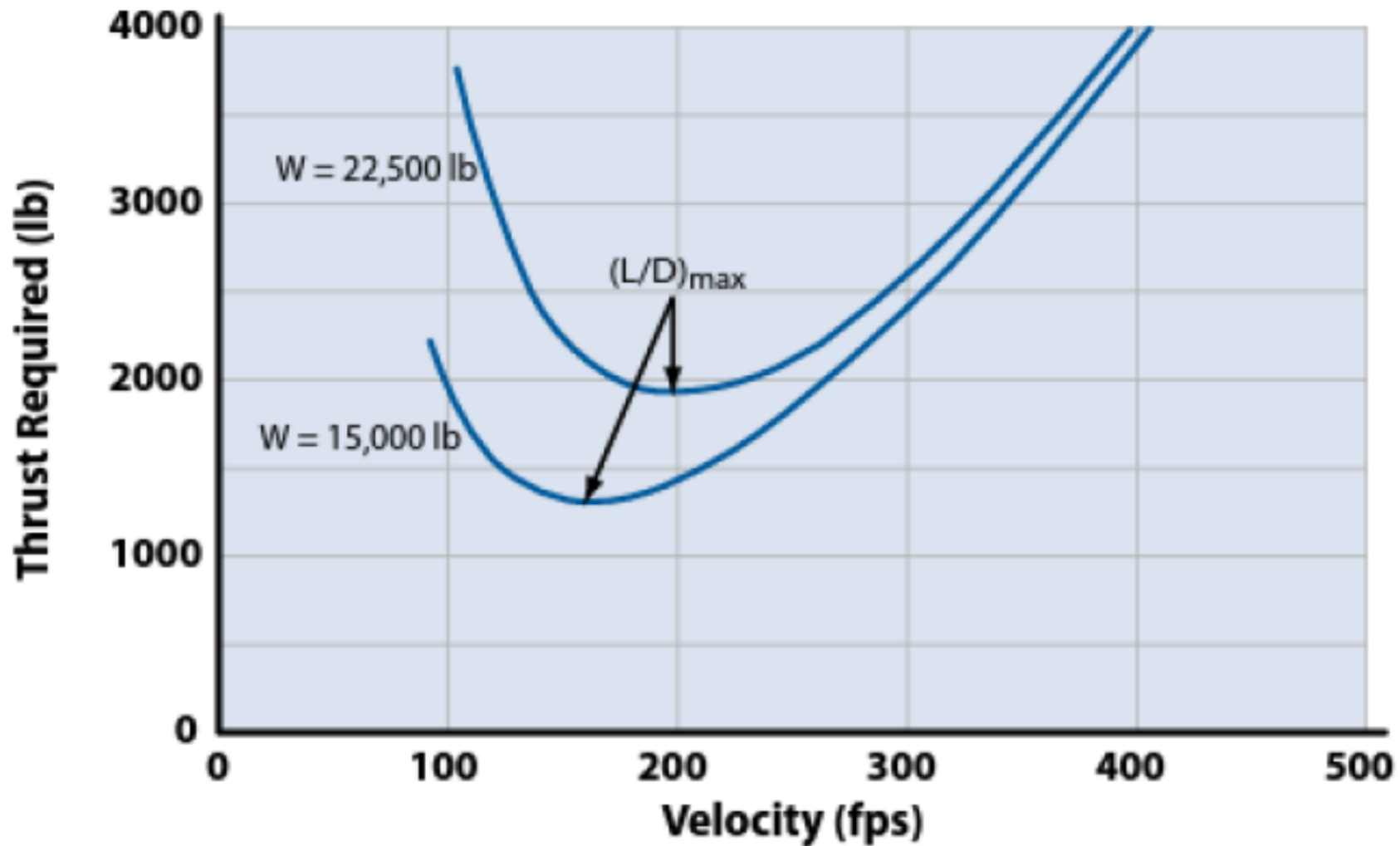


Figure 3.4 Effect on T_R of changing aircraft weight.

Tendencias Crucero - II

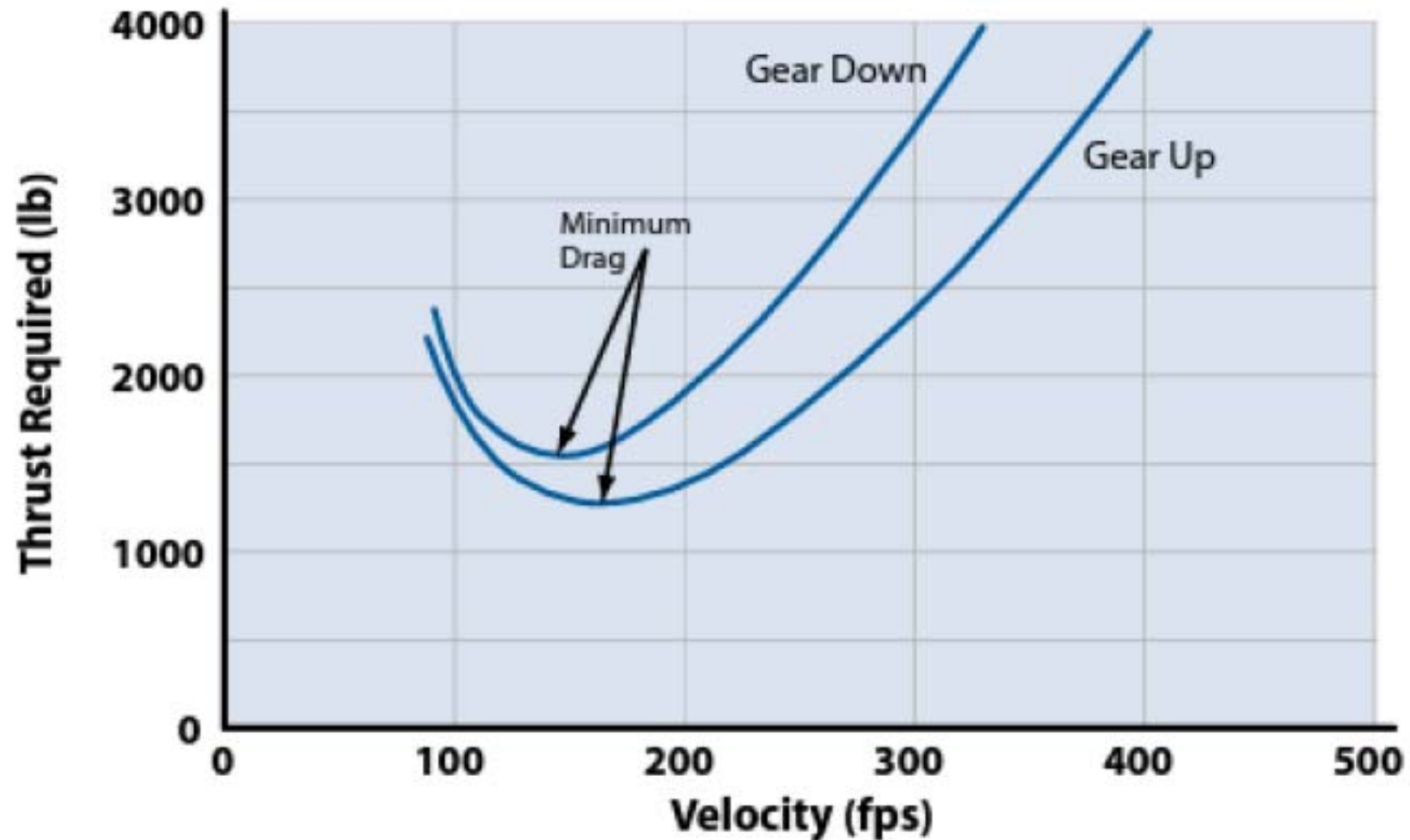


Figure 3.5 Effect on T_R of changing aircraft configuration.

Tendencias Crucero - III

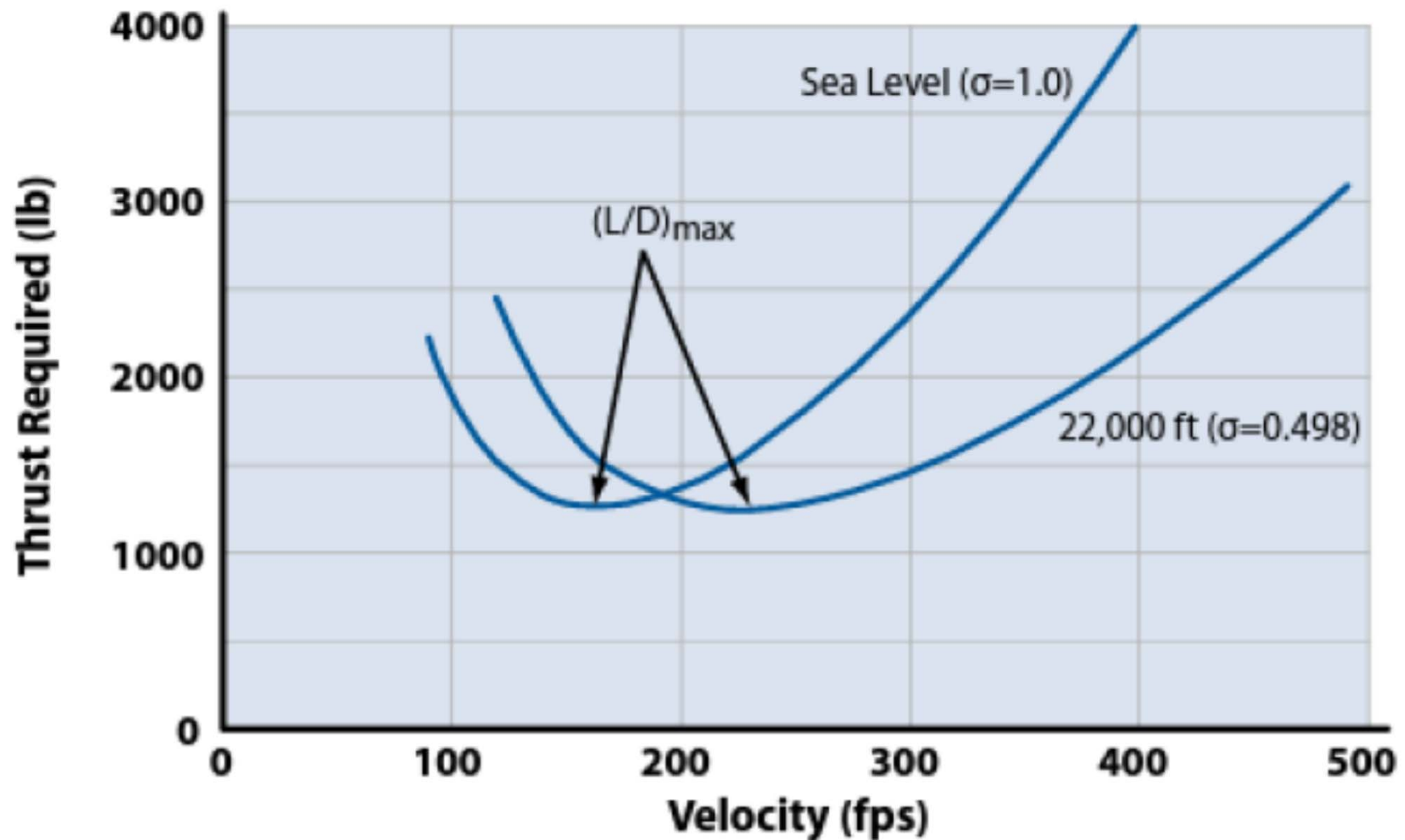


Figure 3.6 Effect on T_R of changing aircraft altitude ($\sigma = \rho/\rho_{SL}$).

Range and Endurance - I

- Range Equation & Endurance

$$\frac{dR}{dW} = \frac{V}{-CT} = \frac{V}{-CD} = \frac{V(L/D)}{-CW} \qquad \frac{dE}{dW} = -\frac{1}{CT} = -\frac{1}{-CW} \left(\frac{L}{D}\right)$$

- For constant altitude (ρ) and lift coefficient (C_L):

$$Range = \frac{1}{c} \frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{\rho S}} \frac{\sqrt{C_L}}{C_D} (\sqrt{W_o} - \sqrt{W_1}) \qquad Endurance = \frac{1}{c} \frac{C_L}{C_D} \ln \frac{W_o}{W_1}$$

- For constant velocity (V) and lift coefficient (C_L):

$$Range = \frac{V}{c} \frac{C_L}{C_D} \ln \frac{W_o}{W_1} \qquad Endurance = \frac{1}{c} \frac{C_L}{C_D} \ln \frac{W_o}{W_1}$$

- For constant speed (V) and constant altitude (ρ):

$$Range = \frac{V}{c\sqrt{kC_{D_o}}} \left[\tan^{-1} \frac{\sqrt{k}}{\frac{1}{2}\rho V^2 S \sqrt{C_{D_o}}} W_o - \tan^{-1} \frac{\sqrt{k}}{\frac{1}{2}\rho V^2 S \sqrt{C_{D_o}}} W_1 \right]$$

$$Endurance = \frac{1}{c} \frac{1}{\sqrt{kC_{D_o}}} \tan^{-1} \left[\frac{1}{\left(\frac{W_1}{W_o}\right)^2 - 1} \right]$$

Range and Endurance - I

Diferentes Leyes de Pilotaje

- For constant velocity (V) and lift coefficient (C_L):

$$Range = \frac{V C_L}{c C_D} \ln \frac{W_o}{W_1}$$

$$Endurance = \frac{1 C_L}{c C_D} \ln \frac{W_o}{W_1}$$

- Range and Endurance for Prop-airplanes

Imperial Units

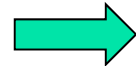
$$C = C_{power} \frac{V}{\eta_p} = C_{bhp} \frac{V}{550 \eta_p}$$

$$R = \int_{W_i}^{W_f} \frac{V(L/D)}{-CW} dW = \frac{V L}{C D} \ln \left(\frac{W_i}{W_f} \right)$$



$$R = \frac{\eta_p L}{C_{power} D} \ln \left(\frac{W_i}{W_f} \right) = \frac{550 \eta_p L}{C_{bhp} D} \ln \left(\frac{W_i}{W_f} \right)$$

$$C = C_{power} \frac{V}{\eta_p} = C_{bhp} \frac{V}{550 \eta_p}$$



$$E = \left(\frac{L}{D} \right) \left(\frac{\eta_p}{C_{power} V} \right) \ln \left(\frac{W_i}{W_f} \right) = \left(\frac{L}{D} \right) \left(\frac{550 \eta_p}{C_{bhp} V} \right) \ln \left(\frac{W_i}{W_f} \right)$$

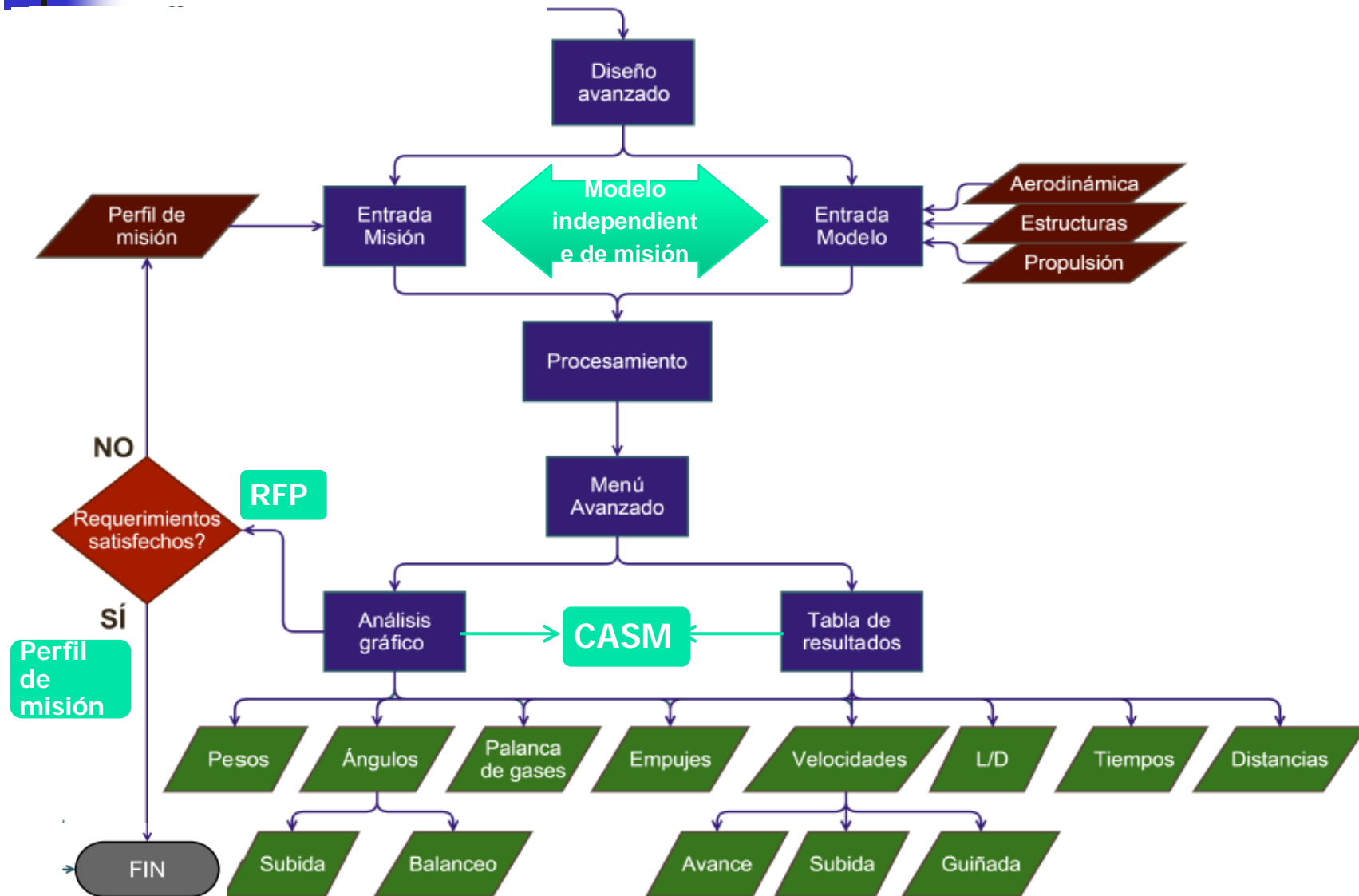
$$E = \int_{W_i}^{W_f} \frac{1}{-CT} dW = \int_{W_i}^{W_f} \frac{1}{CW} \left(\frac{L}{D} \right) dW = \left(\frac{L}{D} \right) \left(\frac{1}{C} \right) \ln \left(\frac{W_i}{W_f} \right)$$



Actuaciones Avanzadas

Academic Performance

Estructura de Análisis



Academic Performance

Selección de mision y modelo

Selección de mision

- Mision_avanz_N4S
- mision1
- mision2
- mision3

Nueva Mision

Cargar Mision

Visualizar Mision

Eliminar Mision

Selección de características

- Modelo_avanz_N4S
- N4S
- N4S_2

Nuevo modelo

Cargar modelo

Configurar Modelo

Eliminar Modelo

Mision seleccionada

Modelo cargado

Volver

Procesar mision

Menu Principal

Pablo Fernandez Golbano, Universidad de Sevilla, 2014

Academic Performance

Crear Misión

Nombre de la mision

MISION

- Taxi**
 - Temperatura local: 298 [K]
 - Altura local: 50 [m]
 - Presion local: 101320 [Pa]
 - Velocidad de taxi: 20 [m/s]
 - Tiempo de espera: 540 [s]
- Despegue
- Subida
- Crucero
- Soltar carga
- Descenso
- Aterrizaje

Perfil de mision

Tipo de segmento

Temperatura local	<input type="text" value="298"/>	[K]
Altura local	<input type="text" value="50"/>	[m]
Presion local	<input type="text" value="101320"/>	[Pa]
Velocidad de taxi	<input type="text" value="20"/>	[m/s]
Tiempo de espera	<input type="text" value="540"/>	[s]

Academic Performance

Perfil de mision

Tipo de segmento Subida

Subtipo de segmento

- Subida dados M y gamma
- Subida dados EAS y gamma
- Subida dados TAS y gamma
- Subida dados M y palanca
- Subida dados EAS y palanca
- Subida dados TAS y palanca
- Subida dados V inicial, final y gamma
- Subida stepest climb
- Subida fastest climb
- Subida dados V inicial, final y palanca

Perfil de mision

Tipo de segmento Crucero

Subtipo de segmento

- Crucero dado M y distancia
- Crucero dado CL y distancia
- Crucero dados V inicial, final y palanca
- Crucero con polar en funcion de M
- Crucero de max alcance dado peso final
- Crucero de max autonomia dado peso final

Perfil de mision

Tipo de segmento Viraje

Subtipo de segmento

- Viraje horizontal dado V y palanca
- Viraje horizontal dado V y CL
- Viraje horizontal dado V y balance
- Viraje horizontal dado V y n
- V.H dado V y radio de giro
- V.H dado V y velocidad de guiñada
- V.H dado palanca y a factor de carga max
- V.H dado palanca y a v de guiñada max
- V.H dado palanca y a radio min

Perfil de mision

Tipo de segmento Descenso

Subtipo de segmento

- Descenso dados M y gamma
- Descenso dados EAS y gamma
- Descenso dados TAS y gamma
- Descenso dados M y palanca
- Descenso dados EAS y palanca
- Descenso dados TAS y palanca
- Descenso dados V inicial, final y gamma
- Descenso a minimo gamma
- Descenso "slowest sink"
- Descenso dados V inicial, final y palanca

Selección del Tipo de Segmento

Subida / Descenso (Altura final)	Crucero (Distancia final)	Viraje (Tiempo final)
Mach de vuelo y ángulo de subida	Mach de vuelo	Velocidad y palanca de gases
Velocidad EAS y ángulo de subida	Coefficiente de sustentación	Velocidad y Coeficiente de sustentación
Velocidad TAS y ángulo de subida	Polar en función del Mach	Velocidad y ángulo de balanceo
Mach de vuelo y palanca de gases	Velocidad inicial, final y palanca de gases	Velocidad y factor de carga
Velocidad EAS y palanca de gases	Máximo alcance dado peso final	Velocidad y radio de giro
Velocidad TAS y palanca de gases	Máxima autonomía dado peso final	Velocidad y velocidad de guiñada
Velocidad inicial, final y ángulo de subida		Factor de carga máx dado palanca
Velocidad inicial, final y palanca de gases		Velocidad de guiñada max dado palanca
		Radio de giro mín dado palanca

Academic Performance

características_avanz

Nombre del modelo

Aerodinamica Propulsion Pesos

Aerodinamica en el despegue

Coefficiente de resistencia parasitaria	<input type="text" value="0"/>
Coefficiente de resistencia inducida k1	<input type="text" value="0"/>
Coefficiente de sustentacion	<input type="text" value="0"/>
Coefficiente de sustentacion max	<input type="text" value="0"/>

Aerodinamica en el aterrizaje

Coefficiente de resistencia parasitaria	<input type="text" value="0"/>
Coefficiente de resistencia inducida k1	<input type="text" value="0"/>
Coefficiente de sustentacion	<input type="text" value="0"/>
Coefficiente de sustentacion max	<input type="text" value="0"/>

Aerodinamica general

Superficie alar	<input type="text" value="0"/>	m ²
Coefficiente de resistencia parasitaria	<input type="text" value="0"/>	
Coefficiente de resistencia inducida k1	<input type="text" value="0"/>	
Coefficiente de resistencia inducida k2	<input type="text" value="0"/>	
Coefficiente de sustentacion max	<input type="text" value="0"/>	

Finalizar

Pablo Fernandez Golbano, Universidad de Sevilla, 2014

Academic Performance

caracteristicas_avanz

Nombre del modelo

Aerodinamica Propulsion Pesos

Propulsion

Tipo de motor

Numero de motores

Empuje a nivel del mar lbf

Consumo esp. a nivel del mar lb/(lbf*h)

Propulsion

Normativa

Rendimiento de la helice

Relacion de derivacion

Finalizar

Aerodinamica Propulsion Pesos

Propulsion

Tipo de motor

Numero de motores

Potencia a nivel del mar shp

Consumo esp. a nivel del mar lb/(shp*h)

Propulsion

Normativa

Rendimiento de la helice

Relacion de derivacion

Pablo Fernandez Golbano, Universidad de Sevilla, 2014

Academic Performance

caracteristicas_avanz

Aerodinamica Propulsion Pesos

Nombre del modelo

Pesos

Peso en vacio	<input type="text" value="0"/>	kg
Carga de pago al inicio	<input type="text" value="0"/>	kg
Peso de la tripulacion	<input type="text" value="0"/>	kg
% Fuel restante al final	<input type="text" value="0"/>	

Finalizar

Pablo Fernandez Golbano, Universidad de Sevilla, 2014

Academic Performance

Resultados

Resultados avanzados

Mision: procesado_mision1_N4...

- MISION
 - Taxi
 - Despegue
 - Subida
 - Subida
 - Subida
 - Subida
 - Subida
 - Crucero
 - Descenso
 - Aterrizaje
 - TOTAL

Volver

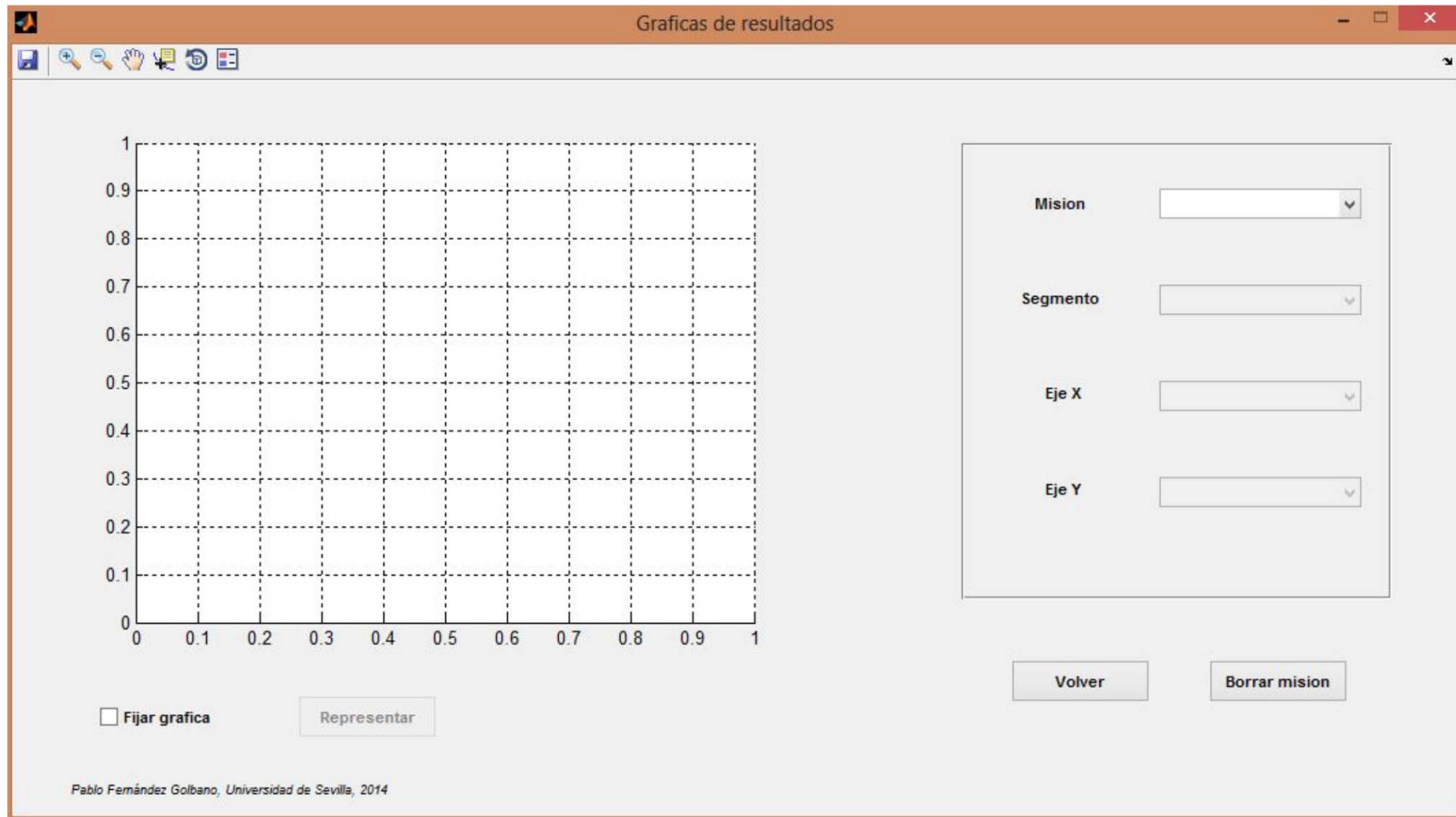
Pablo Fernández Golbano, Universidad de Sevilla, 2014

MISION

- Taxi
- Despegue
- Subida
 - Tiempo empleado: 50.2354 (s)
 - Fuel consumido: 16.9024 (kg)
 - Peso final: 257413.3907 (N)
 - Distancia final: 4248.4582 (m)
 - Angulo de subida medio: 0.10472 (rad)
 - Velocidad horizontal media: 84.5711 (m/s)
 - Velocidad vertical media: 8.8888 (m/s)
 - Palanca media: 0.31372 (-)
 - Empuje medio: 38746.6966 (N)
 - L/D medio: 21.6454 (-)
 - Altura final: 457.2 (m)
- Subida
- Subida

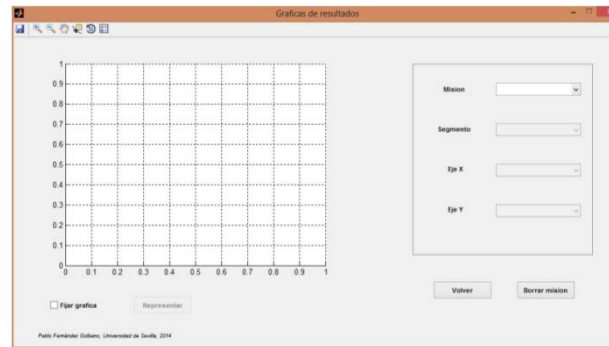
Academic Performance

Resultados



Academic Performance

Resultados



Mision: procesado_mision1_N4...

Segmento: procesado_crucero1_N4S.mat, procesado_viraje1_N4S.mat, **procesado_mision1_N4S_2.mat**, procesado_mision2_N4S_2.mat, procesado_mision3_N4S_2.mat, procesado_crucero1_N4S_2.mat, procesado_crucero2_N4S_2.mat, procesado_subida1_N4S_2.mat, procesado_subida1_N4S.mat, procesado_descenso1_N4S.mat

Eje X: [Empty]

Eje Y: [Empty]

Mision: procesado_mision1_N4...

Segmento: [Empty]

Eje X: Taxi, Despegue, Subida, Subida, Subida, Subida, Crucero, Descenso, Aterrizaje, TOTAL

Eje Y: [Empty]

Mision: procesado_mision1_N4...

Segmento: Subida

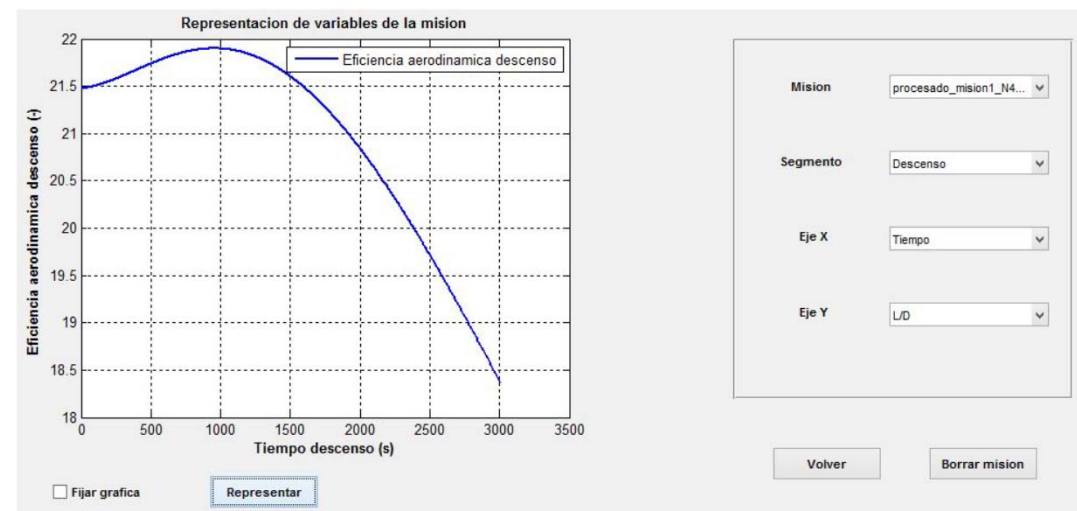
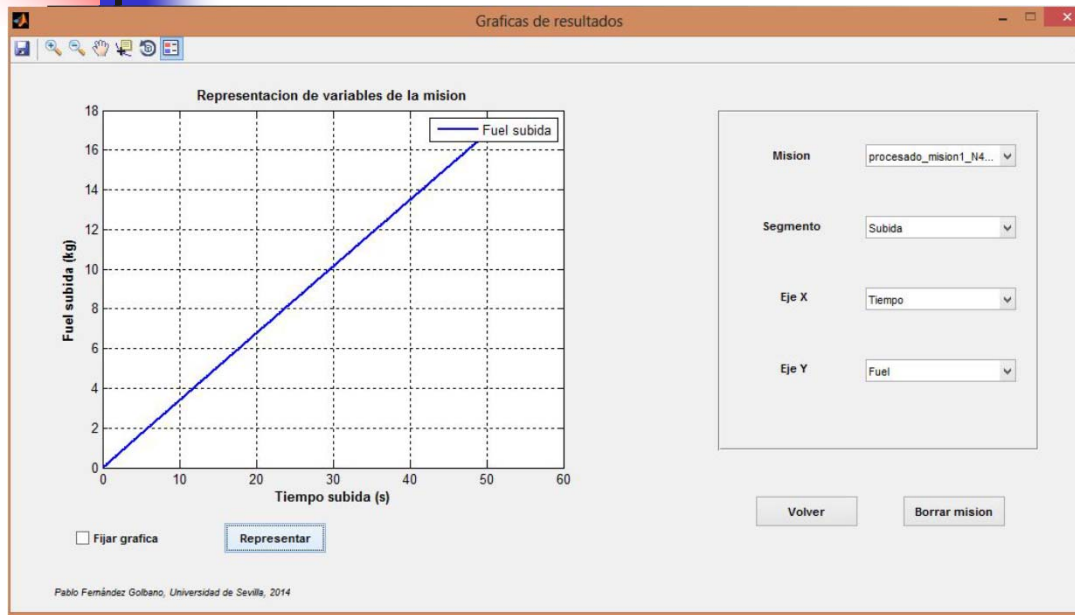
Eje X: Tiempo

Eje Y: **Tiempo**, Fuel, Peso, Distancia, Angulo de subida, Velocidad, Velocidad vertical, Palanca, Empuje, L/D, Altura

Volver

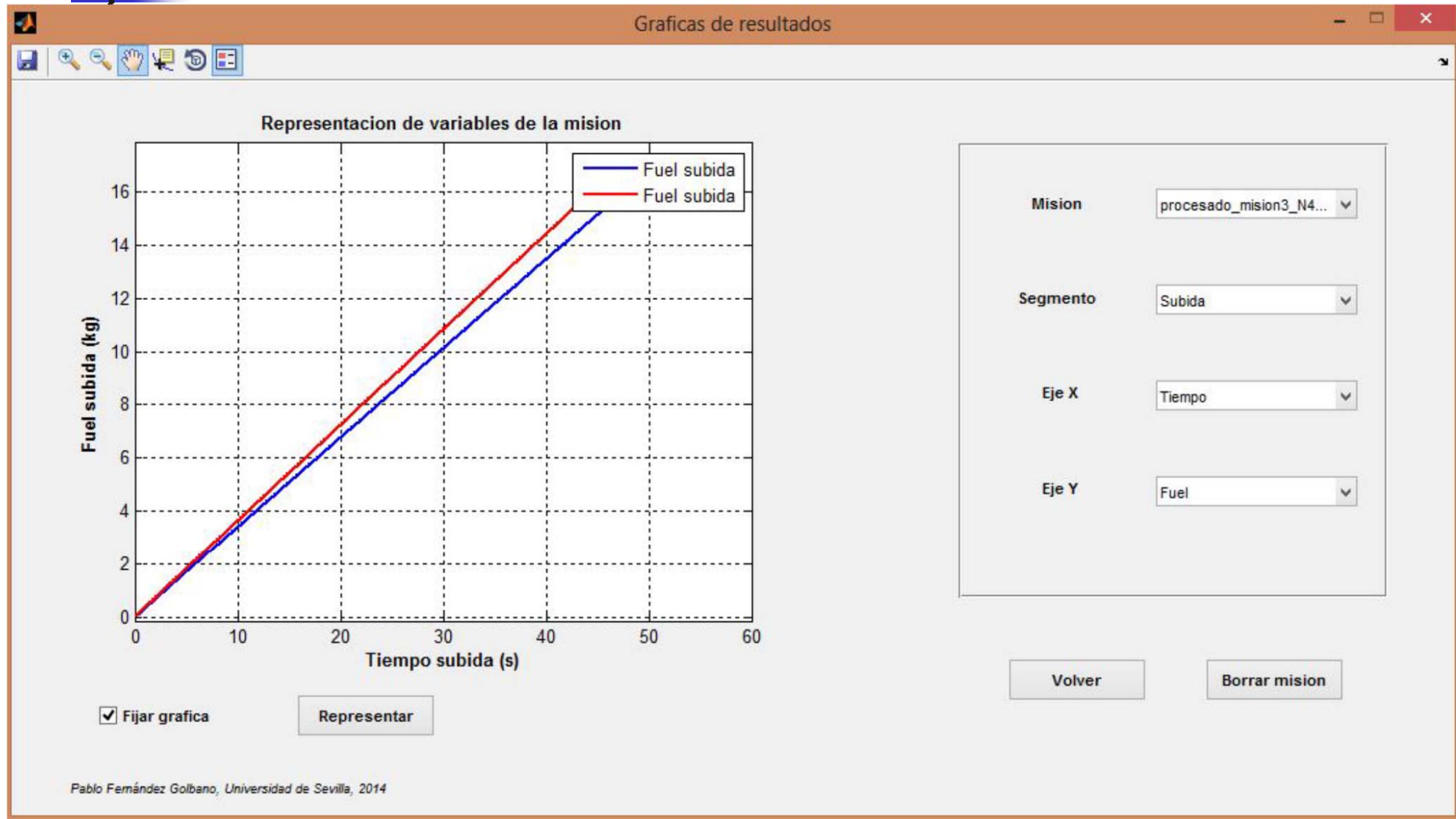
Academic Performance

Resultados



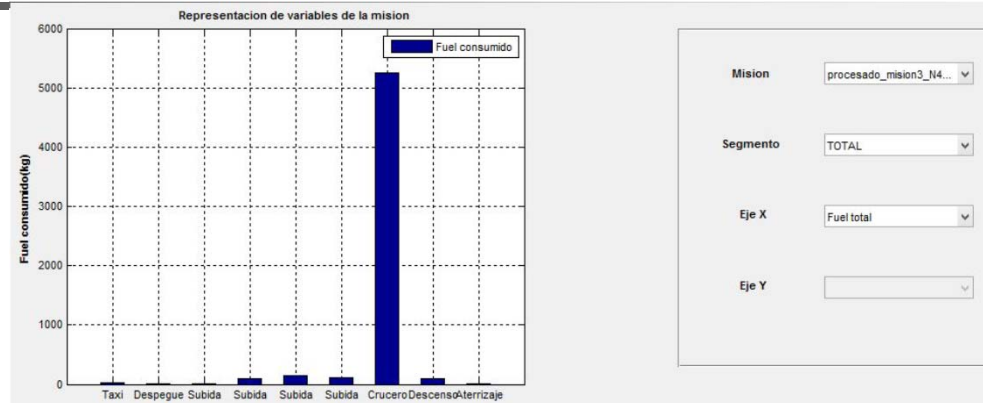
Academic Performance

Resultados

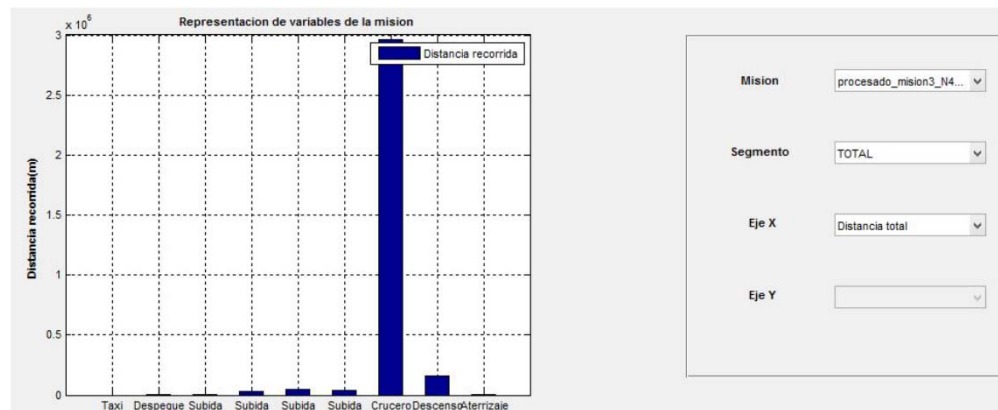


Academic Performance

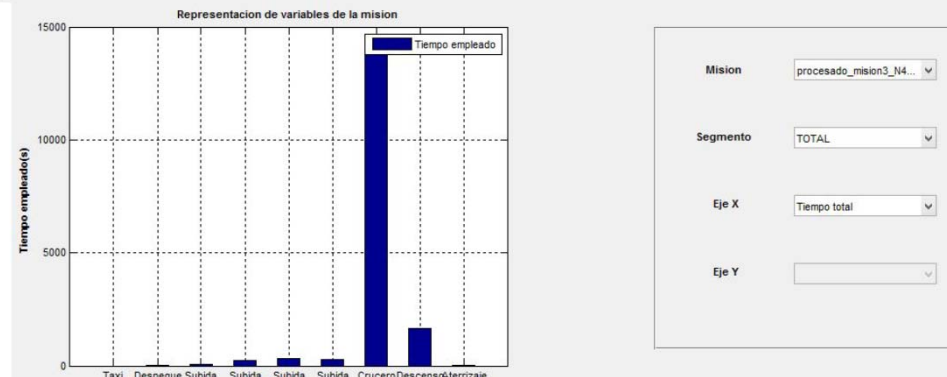
Resultados



Fuel



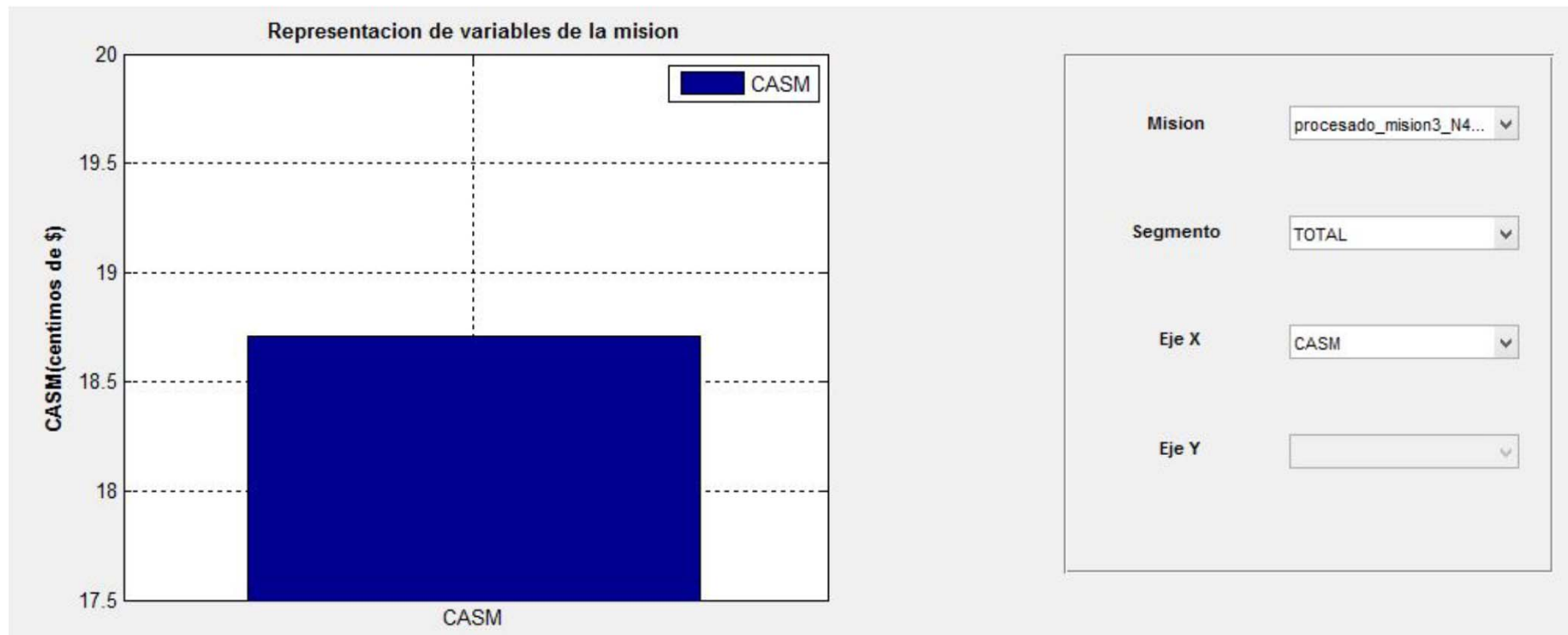
Distancias



Tiempo

Academic Performance

Resultados





Taxy, Despegue y Aterrizaje

Análisis de Despegue

- En necesario incluir un análisis mucho más detallado a las maniobras de despegue y aterrizaje para saber si la configuración elegida es capaz de satisfacer los requisitos de despegue y aterrizaje.
- Se establecen una serie de etapas que definen en mayor detalle las partes del despegue.
 - Rodadura:
 - Nivelada
 - Rotación
 - Transición hasta llegar al ángulo de ascenso
 - Ascensión

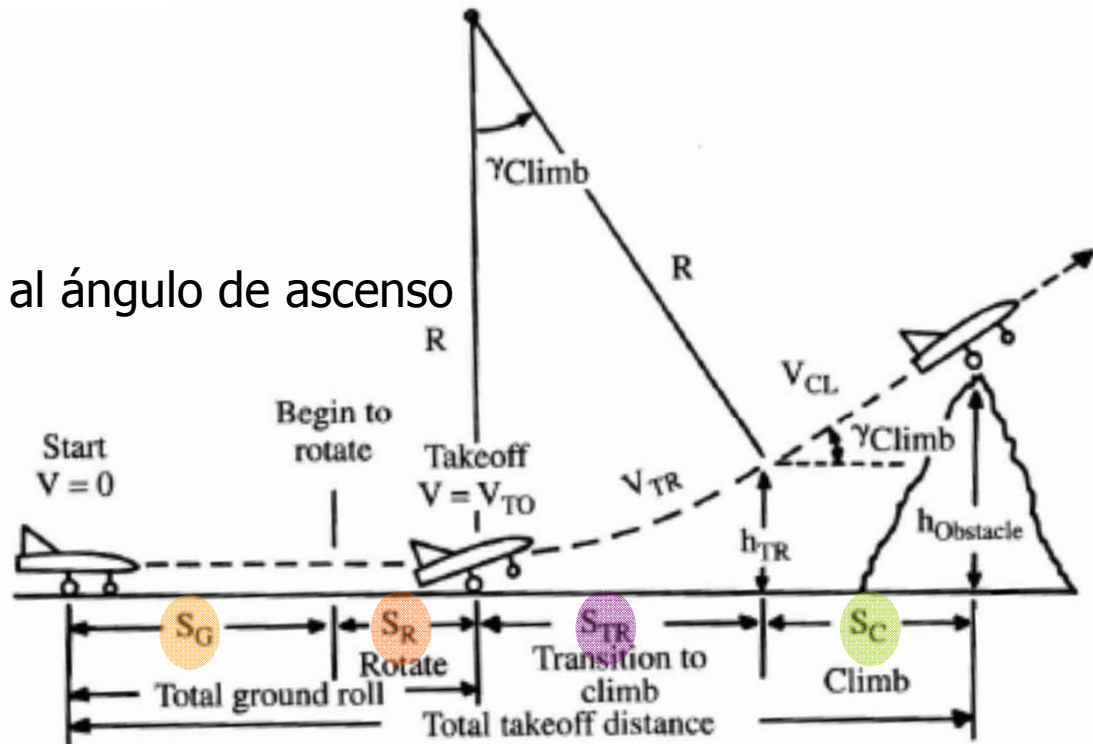


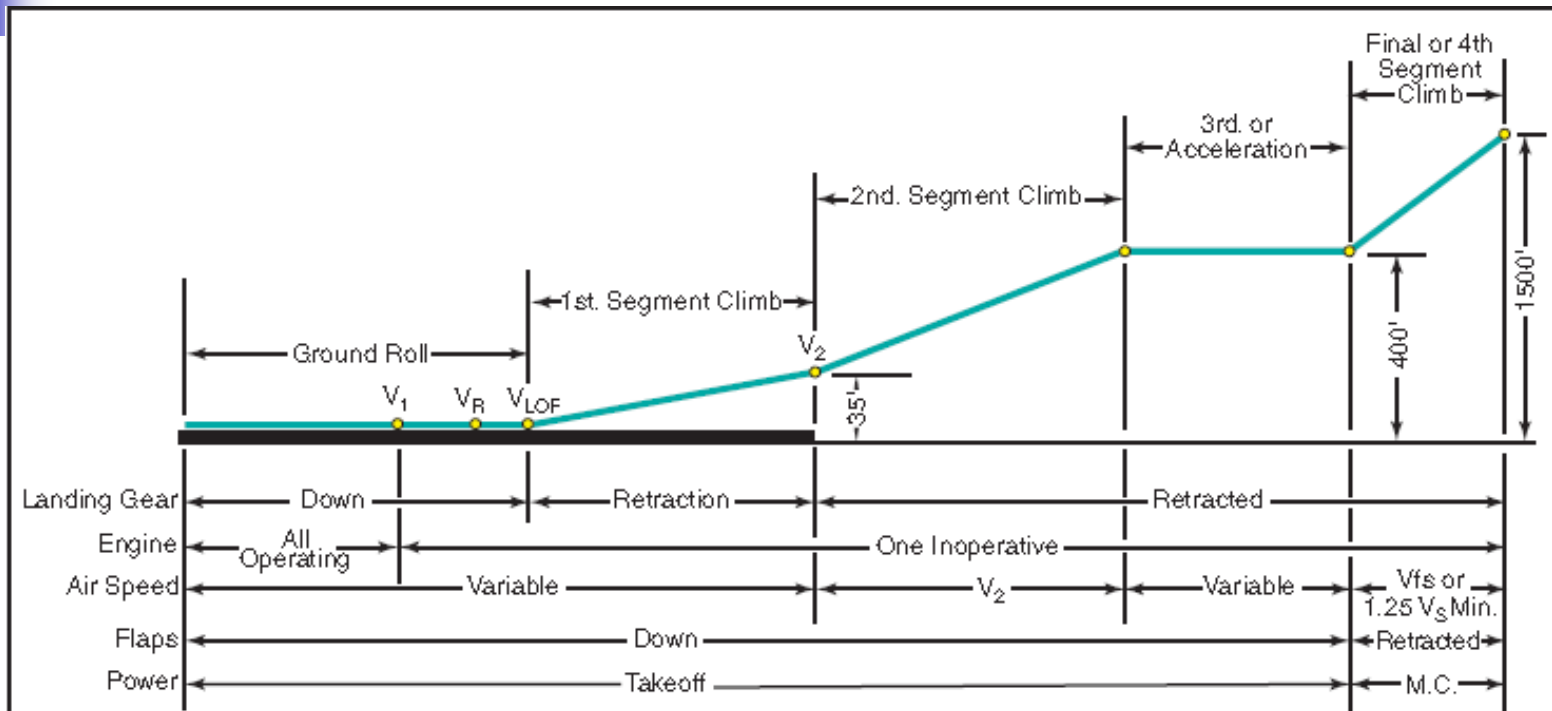
Fig. 17.18 Takeoff analysis.



Taxi

Datos de entrada	Cálculo	Datos de salida
Temperatura local	$\frac{dW}{dt} = -CgT \rightarrow \Delta W = -C(\delta_{T_{taxi}, h_{taxi}, V_{taxi}}) g T(\delta_{T_{taxi}, h_{taxi}, V_{taxi}}) \Delta t$	Consumo del taxi
Altura local		
Presión atmosférica local		
Velocidad del taxi		
Tiempo del taxi		

One-engine inoperative takeoff flightpath (OEI)



Items	1st. T/O Segment	2nd. T/O Segment	Transition (Acceleration)	Final T/O Segment
* 2 Engine	Positive	2.4%	Positive	1.2%
3 Engine	3.0%	2.7%	Positive	1.5%
4 Engine	5.0%	3.0%	Positive	1.7%
Wing Flaps	T.O.	T.O.	T.O.	Up
Landing Gear	Down	Up	Up	Up
Engines	1 Out	1 Out	1 Out	1 Out
Power	T.O.	T.O.	T.O.	M.C.
Air Speed	$V_{LOF} \rightarrow V_2$	V_2	$V_2 \rightarrow 1.25 V_S$ (Min)	$1.25 V_S$ (Min)

* Required Absolute Minimum Gradient of Flight Path

M.C. = Maximum Continuous

V_1 = Critical-Engine-Failure Speed

V_2 = Takeoff Safety Speed

V_S = Calibrated Stalling Speed, or min. steady flight speed at which the airplane is controllable

V_R = Speed at which airplane can start safely raising nose wheel off surface (Rotational Speed)

V_{LOF} = Speed at point where airplane lifts off

Despegue

Datos de entrada
Temperatura local
Altura local
Presión atmosférica local
Coeficiente de fricción
Posición de palanca de gases

Cálculo	
Rodadura	$L_g + N_n + N_m = W$ $T - D_g - \mu_g N_m = \frac{W}{g} \frac{dV}{dt}$ $\frac{dV}{dt} = g \left\{ \left(\frac{T}{W} - \mu_g \right) - \frac{(C_{Dg} - \mu_g C_{Lg}) q}{\frac{W}{S}} \right\} = a_g(V)$ $t_G = \int_0^{V_{LOF}} \frac{1}{a_g(V)} dV$ $S_G = \int_0^{V_{LOF}} \frac{V}{a_g(V)} dV$ $fuel_G = \int_0^{V_{LOF}} \frac{C(V) T(V)}{a_g(V)} dV$
Transición	$R_{giro} = \frac{V_{TR}^2}{g(n-1)} \quad n = \frac{L}{\bar{W}} = \frac{\frac{1}{2} \rho S 0.9 C_{Lmax} (1.15 V_{stall})^2}{\frac{1}{2} \rho S C_{Lmax} V_{stall}^2} = 1.2$ $h_{TR} = R_{giro} (1 - \cos \gamma_{climb})$ $\gamma_{climb} = \arcsin \left[\frac{T}{W} - \frac{1}{D} \right] \quad t_{TR} = \frac{S_{TR}}{V_{TR}}$ $S_{TR} = R_{giro} \sin \gamma_{climb} \quad fuel_{TR} = C(V_{TR}) T(V_{TR}) t_{TR}$
Subida	$S_{cl} = \frac{h_{obs} - h_{TR}}{\tan \gamma_{climb}}$ $t_{cl} = \frac{S_{cl}}{V_{TR} \cos \gamma_{climb}}$ $fuel_{cl} = C(V_{TR}) T(V_{TR}) t_{cl}$

Datos de salida	
Rodadura	Tiempo
	Distancia
	Fuel
Transición	Tiempo
	Distancia
	Fuel
Subida	Tiempo
	Distancia
	Fuel

Rodadura – distancias de despegue

Método I

- Durante rodadura, las fuerzas que actúan en el avión son el **empuje**, la **resistencia** y la **fricción de rodadura**.
- La aceleración del avión se puede expresar en términos de los coeficientes aerodinámicos, teniendo en cuenta que la sustentación y la resistencia se tiene que evaluar

aceleración

- El efecto suelo con el avión
- Tren de aterrizaje bajado
- Configuración de superficies de despegue.

$$a = \frac{g}{W} [T - D - \mu(W - L)] = g \left[\left(\frac{T}{W} - \mu \right) + \frac{\rho}{2W/S} (-C_{D0} - KC_L^2 + \mu C_L) V^2 \right]$$

- La distancia de despegue se calcula integrando la velocidad dividida por la aceleración

$$S_G = \int_{V_i}^{V_f} \frac{V}{a} dV = \frac{1}{2} \int_{V_i}^{V_f} \frac{1}{a} d(V^2) \quad \longrightarrow \quad S_G = \frac{1}{2g} \int_{V_i}^{V_f} \frac{d(V^2)}{K_T + K_A V^2} = \left(\frac{1}{2gK_A} \right) \ln \left(\frac{K_T + K_A V_f^2}{K_T + K_A V_i^2} \right)$$

- Para simplificar la integración se usa el truco de integrar V^2 .
- La velocidad de despegue tiene que ser $V_{\text{TAKEOFF}} > 1.1 V_{\text{STALL}}$, tomar $1.2 V_{\text{STALL}}$,
- V_{STALL} . Configuración máxima sustentación (Peso despegue).
- Configuración flaps para máximo C_L (conf. despegue).
- Tren de aterrizaje bajado limitará el ángulo de ataque máximo durante despegue y aterrizaje.

$$S_G = \frac{1}{2g} \int_{V_i}^{V_f} \frac{d(V^2)}{K_T + K_A V^2} = \left(\frac{1}{2gK_A} \right) \ln \left(\frac{K_T + K_A V_f^2}{K_T + K_A V_i^2} \right)$$

Componente propulsora $K_T = \left(\frac{T}{W} \right) - \mu$

Componente aerodinámicas $K_A = \frac{\rho}{2(W/S)} (\mu C_L - C_{D0} - KC_L^2)$

Estimación $C_{L_{max}}$ Despegue - I

- Hay que tener en cuenta en el segmento de rodadura despegue no se puede obtener el $C_{L_{max}}$
 - La incidencia del ala es baja por lo que $C_L \approx 0.1$ a no ser que tenga flaps

$$a = \frac{g}{W} [T - D - \mu(W - L)] = g \left[\left(\frac{T}{W} - \mu \right) + \frac{\rho}{2W/S} (-C_{D_0} - KC_L^2 + \mu C_L) V^2 \right]$$

- Hay que tener también en cuenta la porción del ala que tiene flaps

$$C_{L_{max}} \cong 0.9 \left\{ (C_{l_{max}})_{flapped} \frac{S_{flapped}}{S_{ref}} + (C_l)_{unflapped} \frac{S_{unflapped}}{S_{ref}} \right\}$$

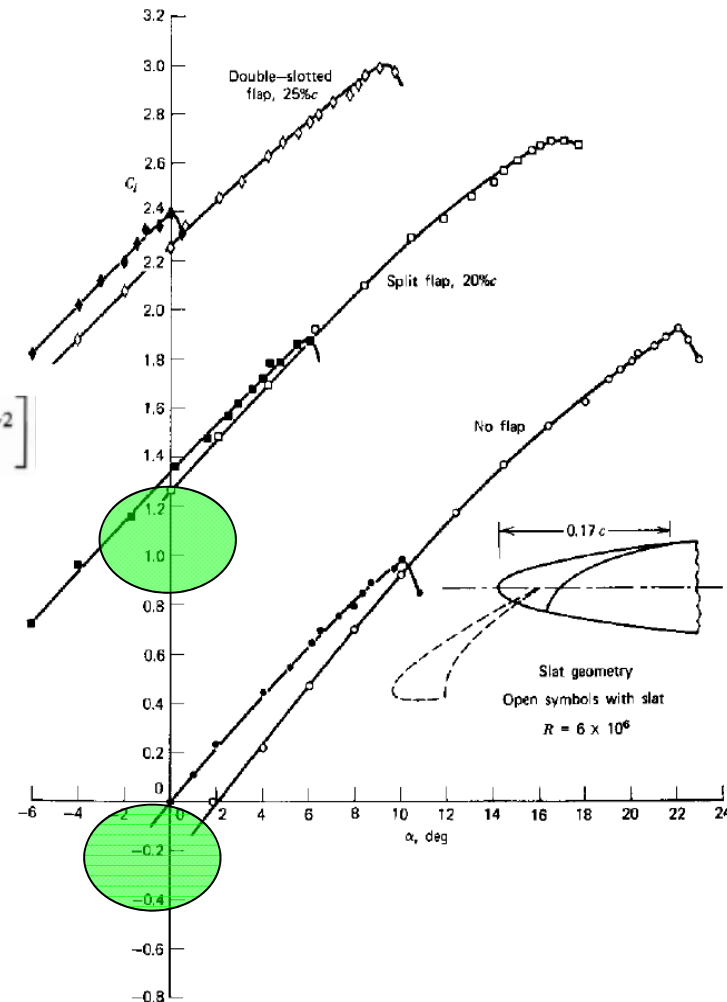


Figure 3.36 Effect of leading edge slat on NACA 64A010 airfoil with and without flaps.

Estimación C_{Lmax} Despegue - II

Landing gear drag coeff

$$a = \frac{g}{W} [T - D - F_f] = \frac{g}{W} [T - D - \mu(W_{TO} - L)] \rightarrow \begin{cases} D = (0.5)\rho V^2 S_{ref} [C_{D0} + \Delta C_{Dflap} + \Delta C_{Dgear} + KC_{LG}^2] \\ L = (0.5)\rho V^2 S_{ref} C_{LG} \end{cases}$$

C_L Ground Roll

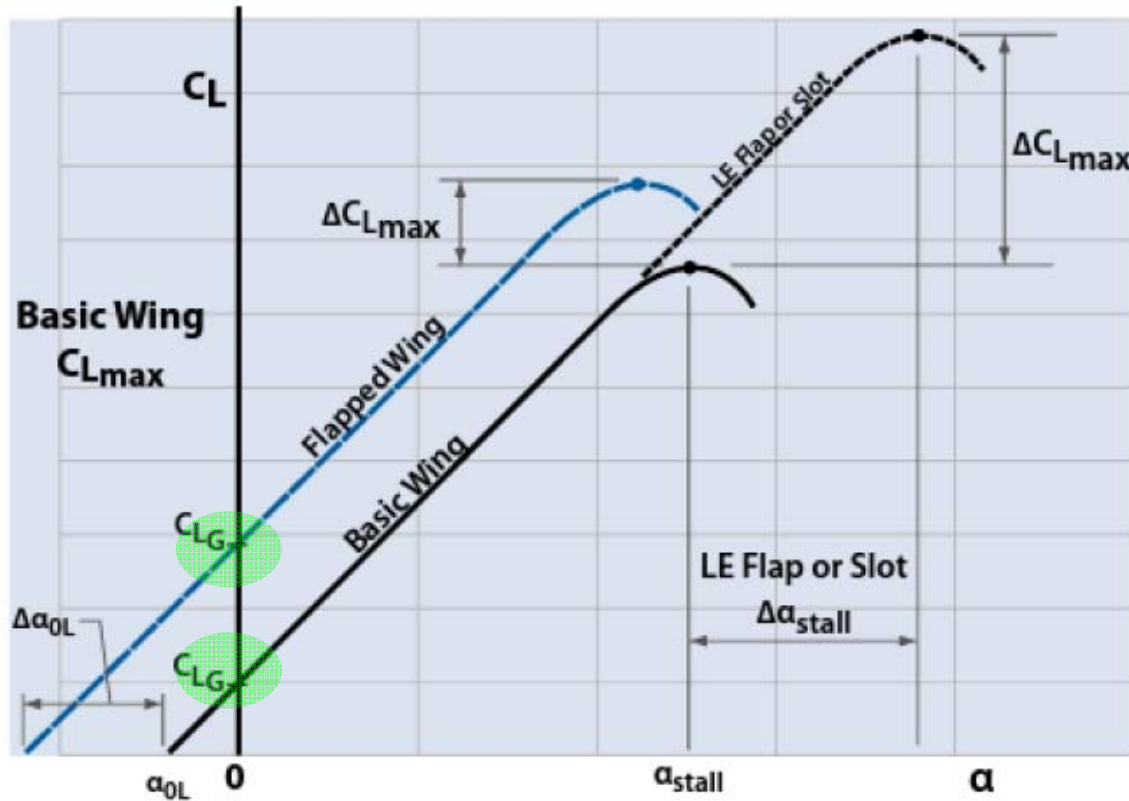


Figure 9.22 Construction of wing lift curves for mechanical high-lift devices.

Estimación $C_{L_{max}}$ Despegue - III

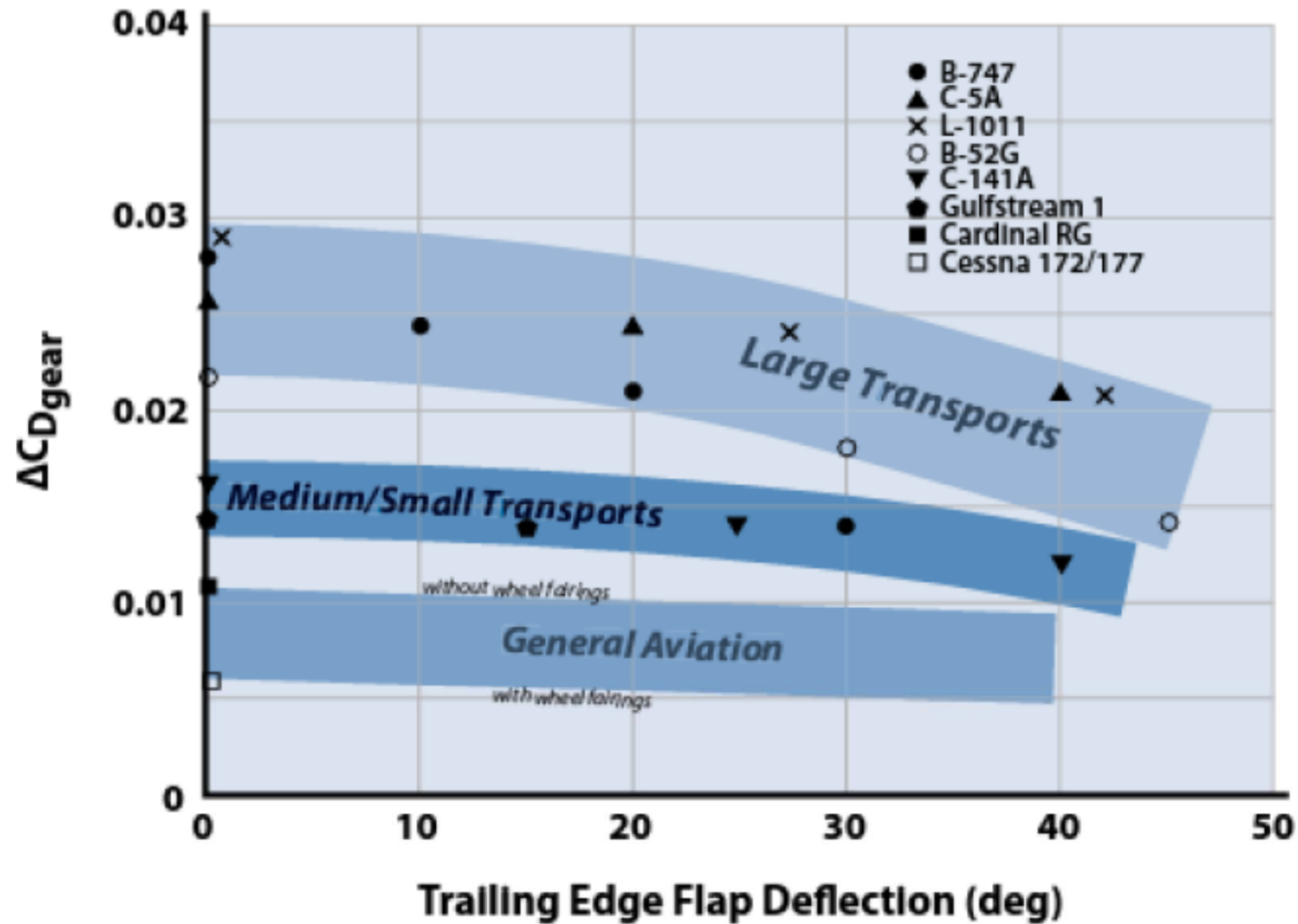


Figure 10.5 Drag of landing gear.

Estimación $C_{L_{max}}$ Despegue - IV

Table 10.4 Landing Gear Drag Coefficients

Aircraft	Reference Area (ft ²)	$\Delta C_{D_{gear}}$	Landing Gear Configuration ^a
Fighters			
A-7	375	0.028	Two-wheel NLG, two one-wheel MLG
F-104	196	0.035	One-wheel NLG, two one-wheel MLG
F-16A1B	300	0.0325	One-wheel NLG, two one-wheel MLG
F-22	840	0.014	One-wheel NLG, two one-wheel MLG
U-2S	1000	0.0045	One dual-wheel MLG, large tail wheel, and two wingtip pogo
Large transports			
L-1011	3456	0.028–0.0205	Two-wheel NLG, two four-wheel trucks MLG
C-5A	6200	0.0257–0.021	Four-wheel NLG, four four-wheel trucks MLG
B-747	5500	0.028–0.014	Two-wheel NLG, four four-wheel trucks MLG
B-52G	4000	0.024–0.0155	Quadricycle with wingtip gear, four dual-wheel MLG

Estimación $C_{L_{max}}$ Despegue - V

Medium transports			
P-3	1300	0.020	Two-wheel NLG, two two-wheel MLG
L-1049 Connie	1650	0.024	Two-wheel NLG, two two-wheel MLG
B 727	1650	0.017	Two-wheel NLG, two two-wheel MLG
DC-8	2771	0.012	Two-wheel NLG, two four-wheel trucks MLG
C-141A	3228	0.0165–0.012	Two-wheel NLG, two four-wheel trucks MLG
Small transports			
S-3A	598	0.023	Two-wheel NLG, two one-wheel MLG
Gulfstream I	615	0.015	Two-wheel NLG, two one-wheel MLG
Fokker F-27	754	0.024	One-wheel NLG, two dual-wheel MLG
General aviation			
Cessna 172	226	0.006 ^b	One-wheel NLG, two one-wheel MLG
Cessna 177	174	0.006 ^b	One-wheel NLG, two one-wheel MLG
Cardinal RG	174	0.011	One-wheel NLG, two one-wheel MLG

^aAbbreviations: NLG, nose landing gear; MLG, main landing gear.

^bFixed landing gear with wheel fairings.

Despegue - III

No	Aircraft type	C_{D0}
1	Jet transport	0.015 – 0.02
2	Turboprop transport	0.018 – 0.024
3	Twin-engine piston prop	0.022 – 0.028
4	Small GA with retractable landing gear	0.02 – 0.03
5	Small GA with fixed landing gear	0.025 – 0.04
6	Agricultural	0.04 – 0.07
7	Sailplane/Glider	0.012 – 0.015
8	Supersonic fighter	0.018 – 0.035
9	Homebuilt	0.025 – 0.04
10	Microlight	0.02 – 0.035

Table 4.12. Typical values of C_{D0} for different types of aircraft

No	Surface	Friction coefficient (μ)
1	Dry concrete/asphalt	0.03-0.05
2	Wet concrete/asphalt	0.05
3	Icy concrete/asphalt	0.02
4	Turf	0.04-0.07
5	Grass	0.05-0.1
6	Soft ground	0.1-0.3

Table 4.15. Friction coefficients for various runway surfaces

Estimación C_{D0} – IX

Drag to Flap deflection

■ Resistencia Flaps

- La resistencia asociada a los flaps afecta tanto a la resistencia parásita como a la inducida.

$$\Delta C_{D0_{flap}} = F_{flap} \left(\frac{C_f}{C} \right) \left(\frac{S_{flapped}}{S_{ref}} \right) (\delta_{flap} - 10)$$

$\delta_{flap} \Rightarrow$ in degrees

$F_{flap} = 0.0144 \Rightarrow$ plain flaps

$F_{flap} = 0.0074 \Rightarrow$ slotted flaps

$C_f =$ chord length of flap

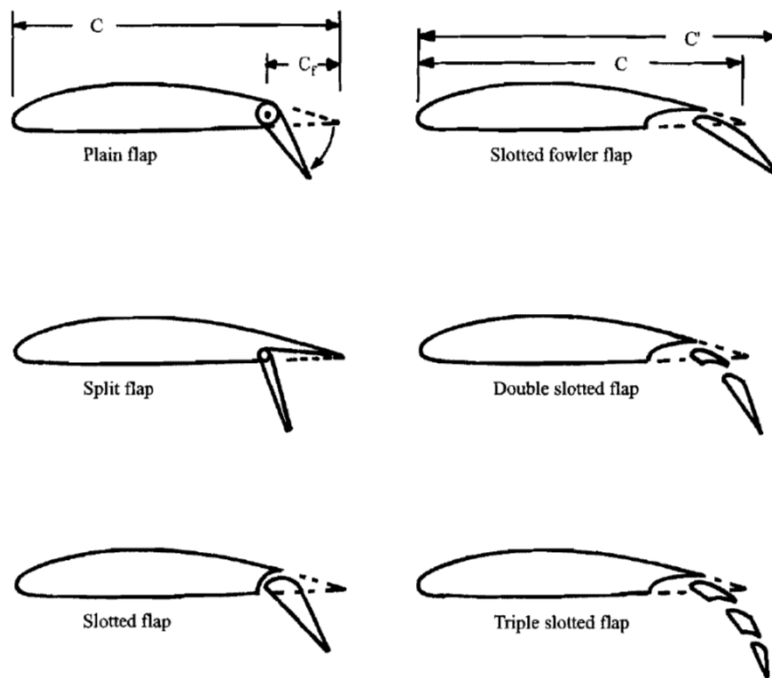


Fig. 12.17 Flap types.

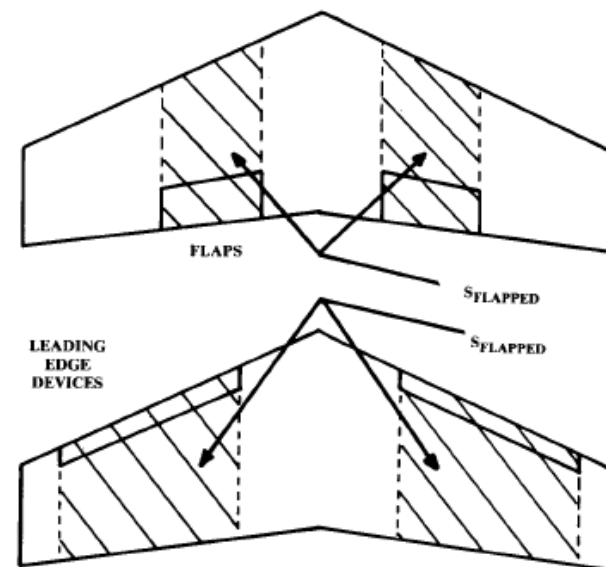


Fig. 12.19 "Flapped" wing area.

Estimación $C_{D0} - X$

Drag to Flap deflection

$$\Delta C_{D_{flap}} = k_1 k_2 \frac{S_{WF}}{S_W}$$

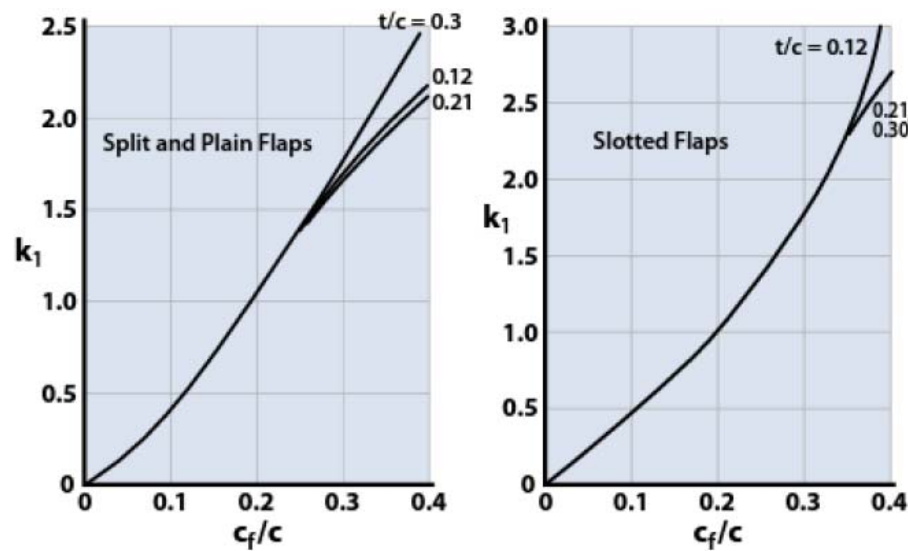


Figure 9.26 Factor k_1 to calculate drag increment due to flaps (data from [13]).

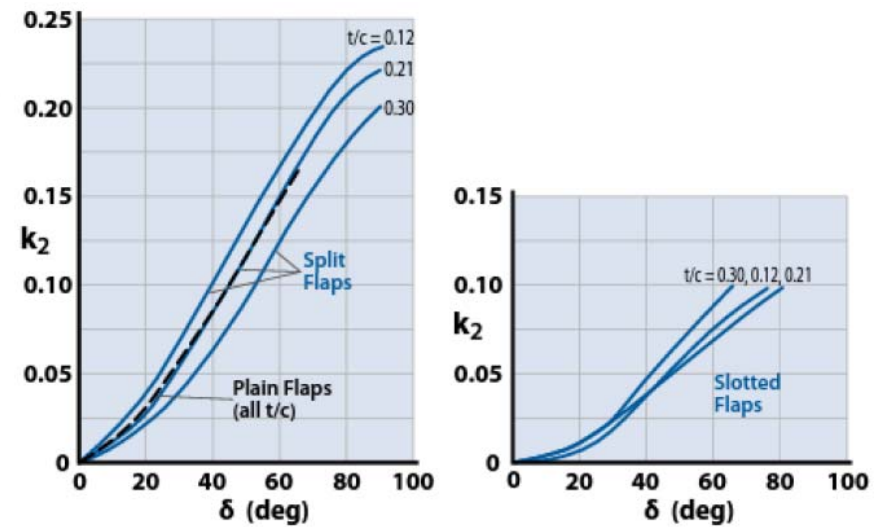


Figure 9.27 Factor k_2 to calculate drag increment due to flaps.

Estimación C_{D0} – XI

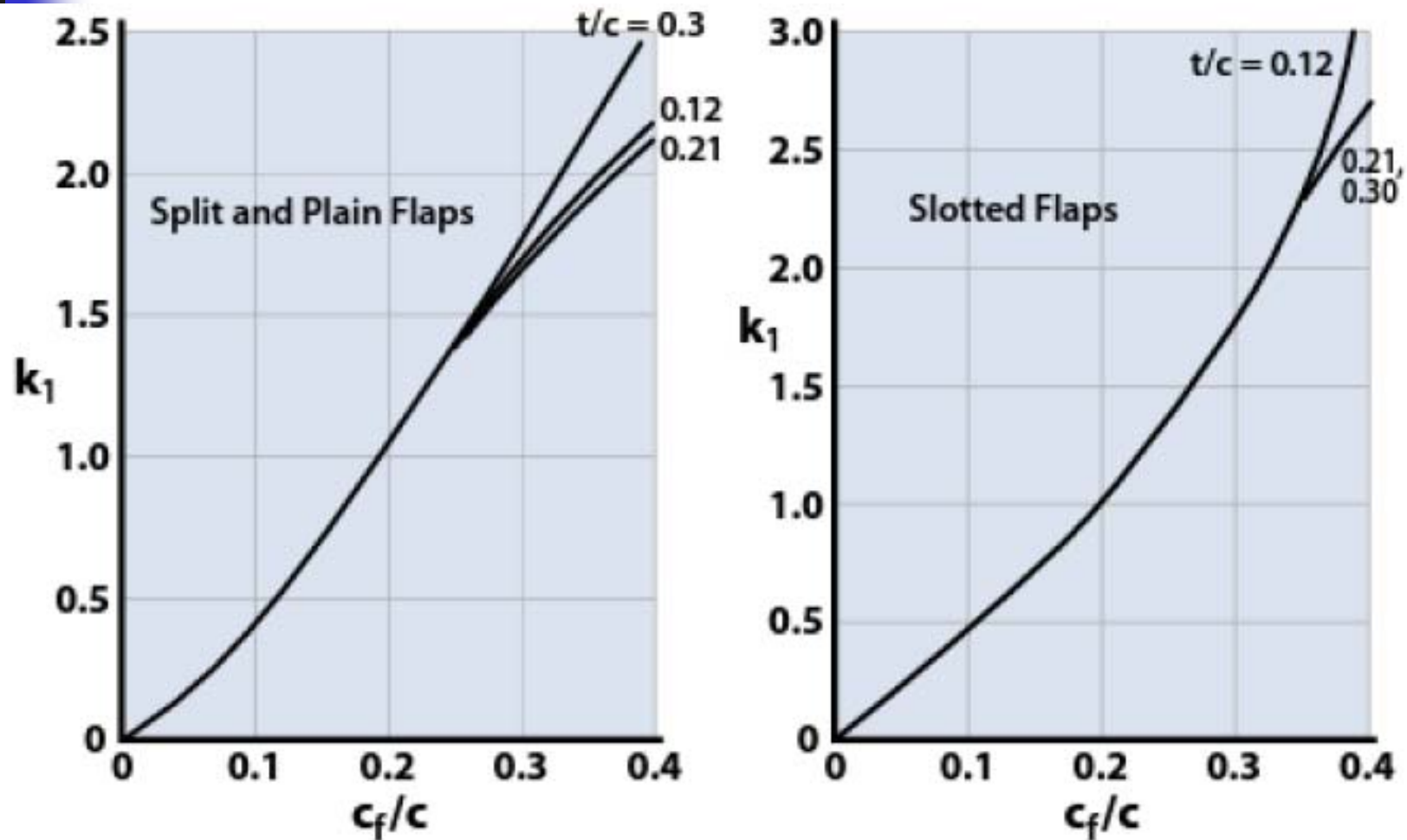


Figure 9.26 Factor k_1 to calculate drag increment due to flaps (data from [13]).

Estimación C_{D0} – XII

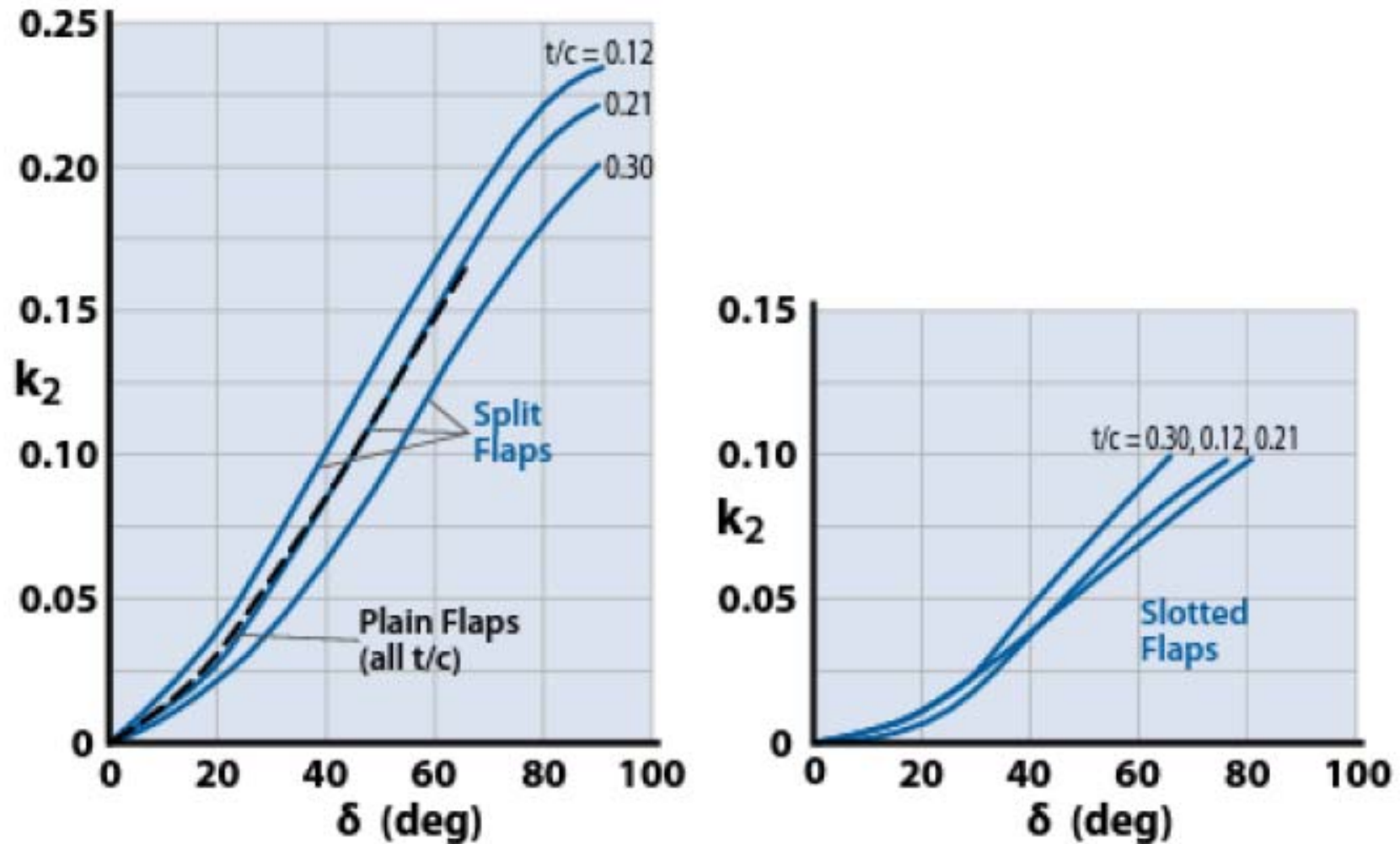


Figure 9.27 Factor k_2 to calculate drag increment due to flaps.

Rodadura – distancias de despegue

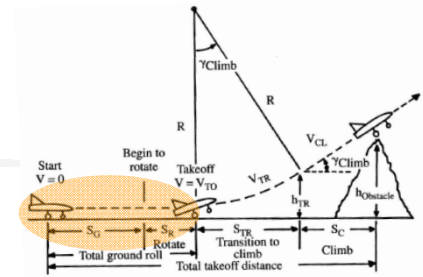


Fig. 17.18 Takeoff analysis.

- Componentes aerodinámicos
 - C_D viene dada por **configuración sucia de despegue**
 - Se puede emplear un **modelo de polar parabólica** de coeficientes constantes inicialmente
 - En una segunda aproximación se puede mejorar modelo
 - $C_L \sim C_{Lmax}$ con la correspondiente configuración de flaps como se ha visto inicialmente (pero con C_{LG})
- Las velocidades vienen dictadas por las velocidades iniciales V_i y velocidad final V_f .
 - $V_{TAKEOFF} > 1.1 V_{STALL} \sim$ aproximar con $1.2 V_{STALL}$

Componente aerodinámicas

$$K_A = \frac{\rho}{2(W/S)} (\mu C_L - C_{D0} - KC_L^2)$$

$$S_G = \frac{1}{2g} \int_{V_i}^{V_f} \frac{d(V^2)}{K_T + K_A V^2} = \left(\frac{1}{2gK_A} \right) \ln \left(\frac{K_T + K_A V_f^2}{K_T + K_A V_i^2} \right)$$



$$K_T = \left(\frac{T}{W} \right) - \mu$$

Componente propulsora

Rodadura – distancias de despegue - 2

- Para **mayor precisión** el segmento de rodadura se puede **dividir** en **segmentos** menores
- **Velocidad inicial** es **cero**, y la **velocidad final** es $V_{\text{TAKEOFF}} > 1.1 V_{\text{STALL}} \sim 1.2 V_{\text{STALL}}$.
- Como el empuje varia en función de la velocidad se tiene que utilizar una media del empuje a lo largo de la rodadura previa al despegue.
 - La media suele ser un **70%** del empuje a la variación de empuje en un segmento dado.

Table 10.3 Coefficients of Friction for Various Takeoff and Landing Surfaces

Type of Surface	Brakes Off, Average Ground Resistance Coefficient	Brakes Fully Applied, Average Wheel-Braking Coefficient
Concrete or macadam	0.015–0.04	0.3–0.6
Hard turf	0.05	0.4
Firm and dry dirt	0.04	0.30
Soft turf	0.07	0.5
Wet concrete	0.05	0.2
Wet grass	0.10	0.2
Snow- or ice-covered field	0.01	0.07–0.10

Rodadura – distancias de despegue - 3

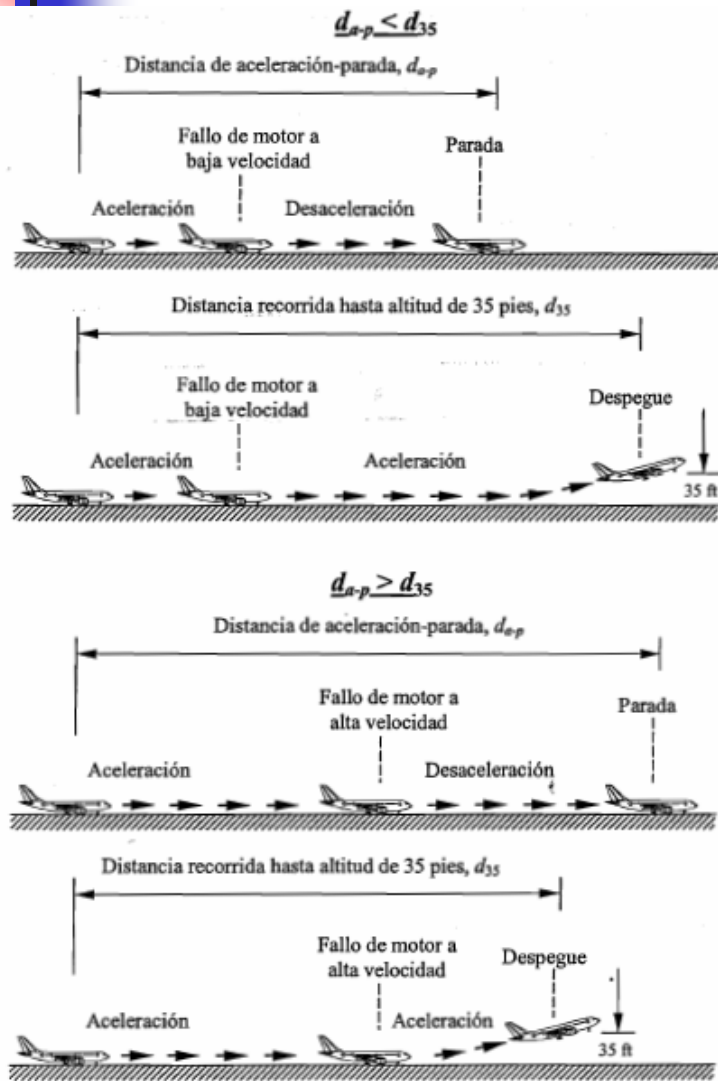


Figura 4.4. Esquema indicativo de las posibles situaciones dependiendo de un fallo de motor a baja y alta velocidad durante el despegue.

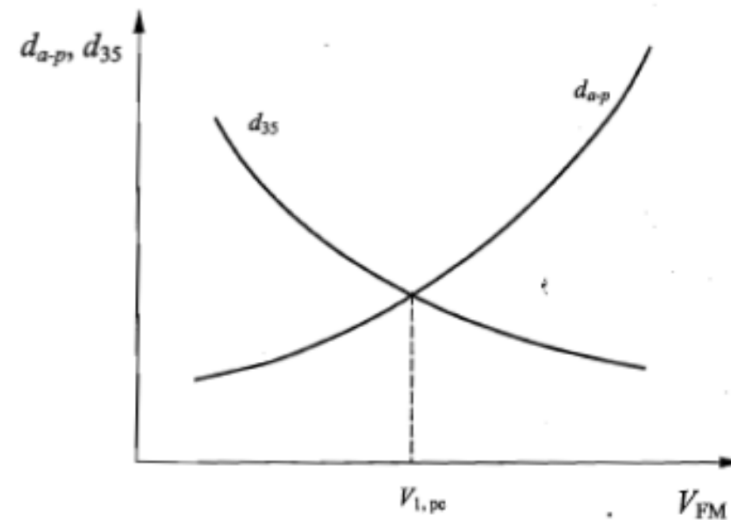


Figura 4.5. Distancias de aceleración-parada, d_{a-p} , y recorrida hasta una altura de 35 pies, d_{35} , en función de la velocidad de la aeronave a la que se produce el fallo de motor, V_{FM} . La intersección marca la velocidad de decisión con la que se opera bajo el criterio de pista compensada, $V_{1,pc}$.

Transición

- Durante la **transición** el avión **acelera** desde $V_{\text{TAKEOFF}} = 1.1V_{\text{STALL}}$ hasta $V_{\text{CLIMB}} = 1.2V_{\text{STALL}}$.
- La **velocidad media** durante la transición es **aproximadamente** de $V_{\text{TR}} = 1.15V_{\text{STALL}}$.
- El coeficiente de sustentación media durante toda la maniobra de transición se suele aproximar como el **90%** del coeficiente para **máxima sustentación con flaps bajados**.
- La velocidad vertical media $f(n)$:

$$n = \frac{L}{W} = \frac{\frac{1}{2}\rho S(0.9 C_{L_{\max}})(1.15 V_{\text{stall}})^2}{\frac{1}{2}\rho S C_{L_{\max}} V_{\text{stall}}^2} = 1.2 \quad \longrightarrow \quad n = 1.0 + \frac{V_{\text{TR}}^2}{Rg} = 1.2 \quad \text{Velocidad de transición}$$

- El ángulo de subida al final del arco de la trayectoria de transición:

$$\sin \gamma_{\text{climb}} = \frac{T - D}{W} \cong \frac{T}{W} - \frac{1}{L/D}$$

$$S_T = R \sin \gamma_{\text{climb}} = R \left(\frac{T - D}{W} \right) \cong R \left(\frac{T}{W} - \frac{1}{L/D} \right)$$

$$h_{\text{TR}} = R(1 - \cos \gamma_{\text{climb}})$$

$$R = \frac{V_{\text{TR}}^2}{g(n - 1)} = \frac{V_{\text{TR}}^2}{0.2g}$$

Si la distancia de obstáculo es solventada antes de que termine el segmento de transición entonces

$$S_T = \sqrt{R^2 - (R - h_{\text{TR}})^2}$$

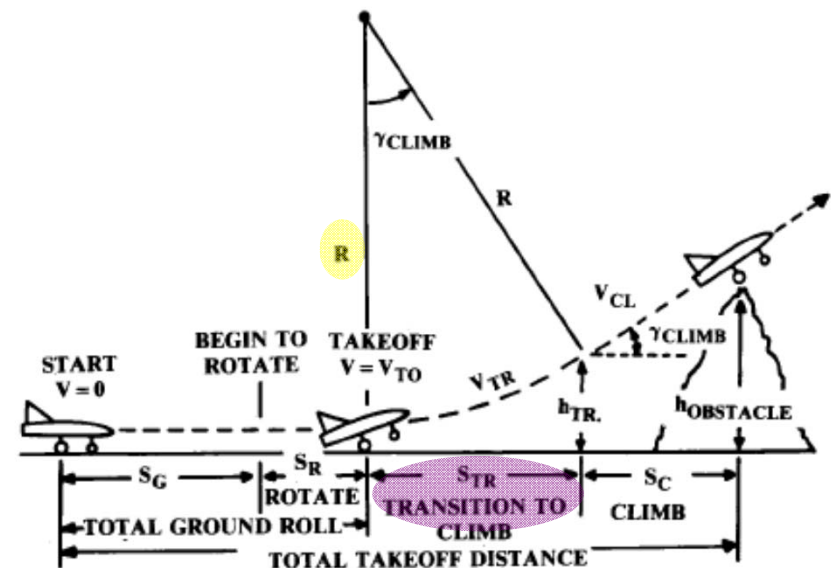
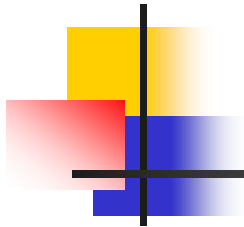


Fig. 17.17 Takeoff analysis.



$$S_G = \frac{1}{2g} \int_{V_i}^{V_f} \frac{d(V^2)}{K_T + K_A V^2} = \left(\frac{1}{2gK_A} \right) \ln \left(\frac{K_T + K_A V_f^2}{K_T + K_A V_i^2} \right)$$

$$\sin \gamma_{\text{climb}} = \frac{T - D}{W} \cong \frac{T}{W} - \frac{1}{L/D}$$

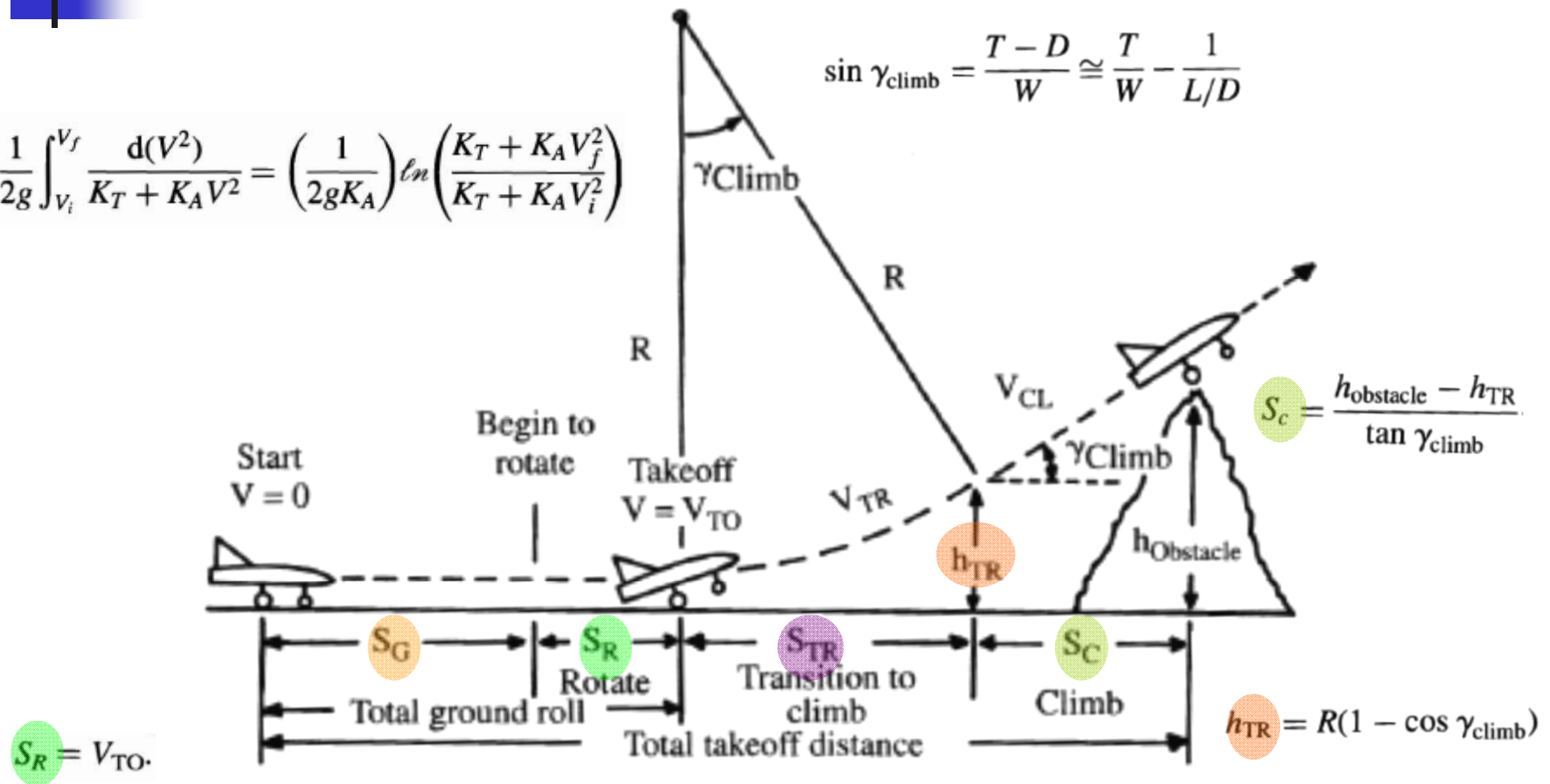


Fig. 17.18 Takeoff analysis.

$$S_T = R \sin \gamma_{\text{climb}} = R \left(\frac{T - D}{W} \right) \cong R \left(\frac{T}{W} - \frac{1}{L/D} \right)$$

$$S_T = \sqrt{R^2 - (R - h_{TR})^2}$$



Aterrizaje

Aterrizaje

Datos de entrada
Temperatura local
Altura local
Presión atmosférica local
Coeficiente de fricción de frenado
Palanca de reversa
Tiempo en activar frenos

Cálculo	
Rodadura	$L_g + N_n + N_m = W$ $T - D_g - \mu_{gbrake} N_m = \frac{W}{g} \frac{dV}{dt}$ $t_G = \int_{V_{TD}}^0 \frac{1}{a_g(V)} dV$ $S_G = \int_{V_{TD}}^0 \frac{V}{a_g(V)} dV$ $fuel_G = \int_{V_{TD}}^0 \frac{C(V) T(V)}{a_g(V)} dV$ $\frac{dV}{dt} = g \left\{ \left(\frac{T}{W} - \mu_{gbrake} \right) - \frac{(C_{Dg} - \mu_{gbrake} C_{Lg}) q}{S} + \frac{N_n}{W} (\mu_{gbrake} - \mu_g) \right\} = a_g(V)$
Free roll	$t_{free} = t_{frenos}$ $S_{free} = V_{TD} t_{frenos}$ $fuel_{free} = C(V_{TD}, \delta_{T_{free}}) T(V_{TD}, \delta_{T_{free}}) t_{frenos}$
Flare	$R_{giro} = \frac{V_f^2}{g(n-1)}$ $\gamma_f = \arcsin \left\{ \frac{T}{W} - \frac{1}{L/D} \right\}$ $S_f = R_{giro} \sin \gamma_f$ $h_f = R_{giro} (1 - \cos \gamma_f)$ $t_f = \frac{S_f}{V_f}$ $fuel_f = C(V_f) T(V_f) t_f$ $n = \frac{L}{W} = \frac{\frac{1}{2} \rho S 0.9 C_{Lmax} (1.15 V_{stall})^2}{\frac{1}{2} \rho S C_{Lmax} V_{stall}^2} = 1.2$
Acercamiento	$\gamma_A = \arcsin \left\{ \frac{T}{W} - \frac{1}{L/D} \right\}$ $S_A = \frac{h_{obs} - h_{TR}}{\tan(-\gamma_A)}$ $t_A = \frac{S_A}{V_A \cos \gamma_A}$ $fuel_A = C(V_A) T(V_A) t_A$

Datos de salida	
Approach	Tiempo
	Distancia
	Fuel
Flare	Tiempo
	Distancia
	Fuel
Free roll	Tiempo
	Distancia
	Fuel
Rodadura	Tiempo
	Distancia
	Fuel

Aterrizaje - I

- La **maniobra de aterrizaje** es muy similar a la de despegue solo que a la inversa, teniendo en cuenta que:
 - El **peso** de aterrizaje viene **especificado** por los **requisitos** de cada avión para el caso de aterrizaje, y es aproximadamente entre el peso de despegue y el 85% de dicho peso.
 - El peso de **aterrizaje** no puede ser nunca tomado como el **peso** al final del **máximo** alcance, por que en caso de **emergencia implicaría** que habría que **descargar** mucho **combustible** para poder aterrizar de forma segura.
- Se establecen una serie de maniobras:
 - Acercamiento** que empieza **sobrevolando el obstáculo** (50 pies) con **velocidad de acercamiento** de $V_a = 1.3V_{STALL}$ (para militar $V_a = 1.2V_{STALL}$)
 - El **ángulo** de acercamiento se calcula con **empuje** en idle y configuración de **flaps** bajados (D)
 - Para aviones de transporte no debería ser menor de 3 grados

El ángulo de planeo se calcula con empuje en relentí y resistencia con flaps

$$\sin \gamma_{climb} = \frac{T - D}{W} \approx \frac{T}{W} \frac{1}{L/D} \quad S_c = \frac{h_{obstacle} - h_{TR}}{\tan \gamma_{climb}}$$

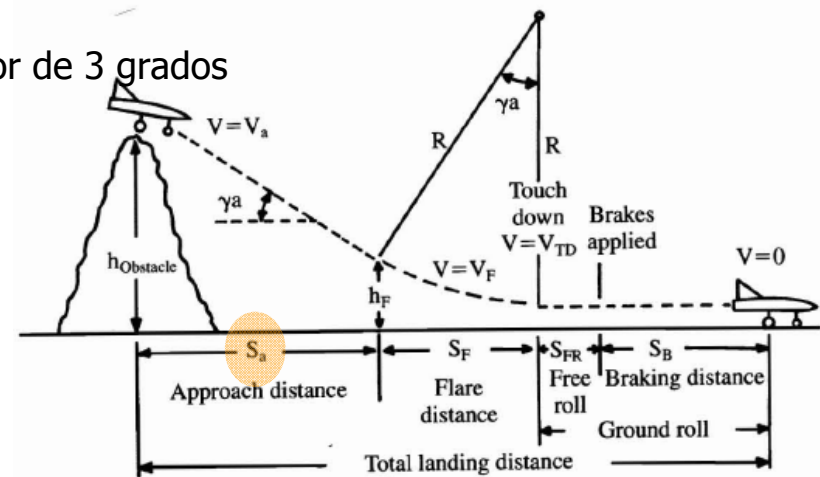


Fig. 17.19 Landing analysis.

Aterrizaje – II - Flare

- Flare: Velocidad de aterrizaje:

- $V_{TD} = 1.15V_{STALL}$ (para militares $V_{TD} = 1.10V_{STALL}$)
 - El avión decelera desde V_a hasta $1.15V_{STALL}$ por lo que la velocidad media es:
 - $V_f = 1.23V_{STALL}$ (para militares $V_f = 1.15V_{STALL}$)

$$\sin \gamma_{climb} = \frac{T - D}{W} \cong \frac{T}{W} - \frac{1}{L/D} \rightarrow \frac{L}{D} = \frac{1}{\frac{qC_{D0}}{W/S} + \frac{1}{S} \frac{1}{q\pi Ae}}$$

$$S_T = R \sin \gamma_{climb} = R \left(\frac{T - D}{W} \right) \cong R \left(\frac{T}{W} - \frac{1}{L/D} \right)$$

$$h_{TR} = R(1 - \cos \gamma_{climb})$$

$$R = \frac{V_{TR}^2}{g(n-1)} = \frac{V_{TR}^2}{0.2g}$$

$$n = 1.2$$

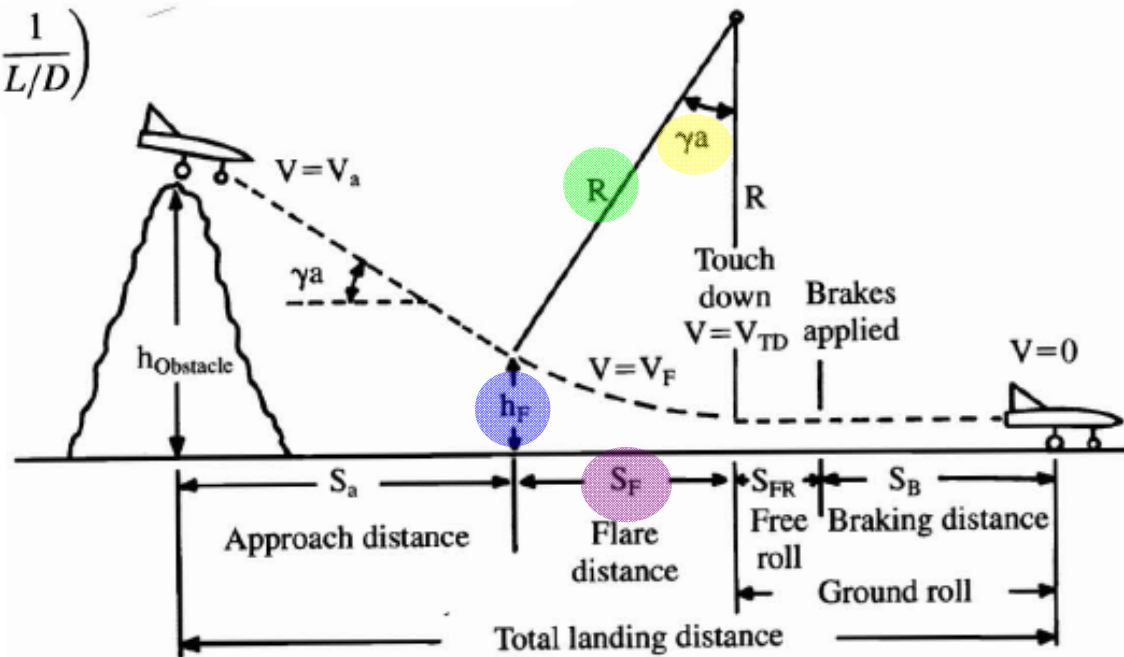


Fig. 17.19 Landing analysis.

Aterrizaje – II - Rodadura

- Rodadura en pista:
 - Dividir el segmento en 2 etapas:
 - Después de la toma de contacto el avión rueda durante varios segundos antes que el piloto aplique frenos: $S_{FR} = V_{TD} \cdot t$
 - Segmento de frenado:
 - coeficiente de fricción ~ 0.5 aviones civiles, 0.3 aviones militares (mirar tabla)
 - Velocidad inicial es V_{TD} ($V_{TD} = 1.15V_{STALL}$ (para militares $V_{TD} = 1.10V_{STALL}$)) y la final es cero.
 - Si hay thrust-reversal, se aproxima con el 40-50% del empuje negativo.
 - No se puede utilizar el thrust-reversal en velocidades bajas (93km/h)
- La FAA requiere que distancia de aterrizaje total sea de $1.666(S\text{-Approach} + S\text{-flare} + S\text{-roll})$

$$S_G = \frac{1}{2g} \int_{V_i}^{V_f} \frac{d(V^2)}{K_T + K_A V^2} = \left(\frac{1}{2gK_A} \right) \ln \left(\frac{K_T + K_A V_f^2}{K_T + K_A V_i^2} \right)$$

iii Cuidado con el signo de K_T y K_A !!!!
(Signo logaritmo)

Componente propulsora $K_T = \left(\frac{T}{W} \right) - \mu$

Componente aerodinámicas

$$K_A = \frac{\rho}{2(W/S)} (\mu C_L - C_{D0} - KC_L^2)$$

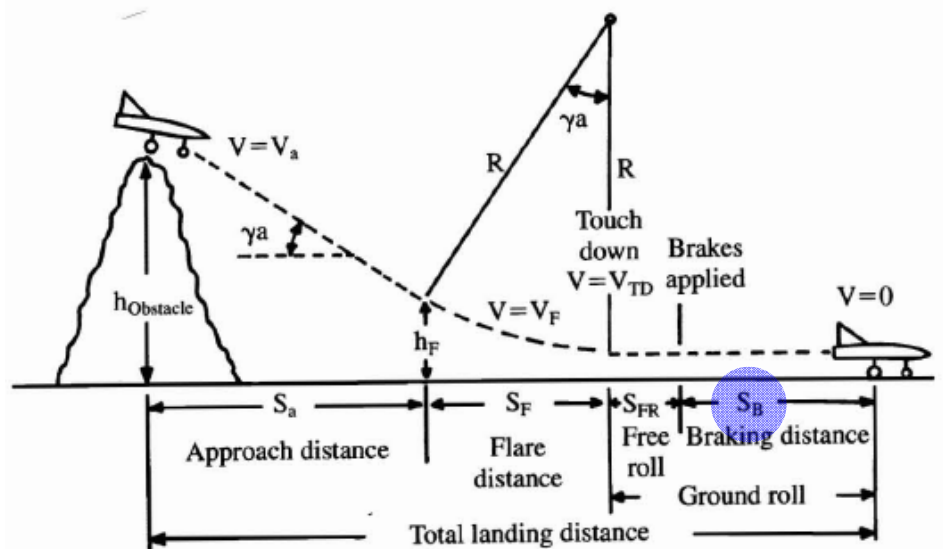


Fig. 17.19 Landing analysis.

Aterrizaje

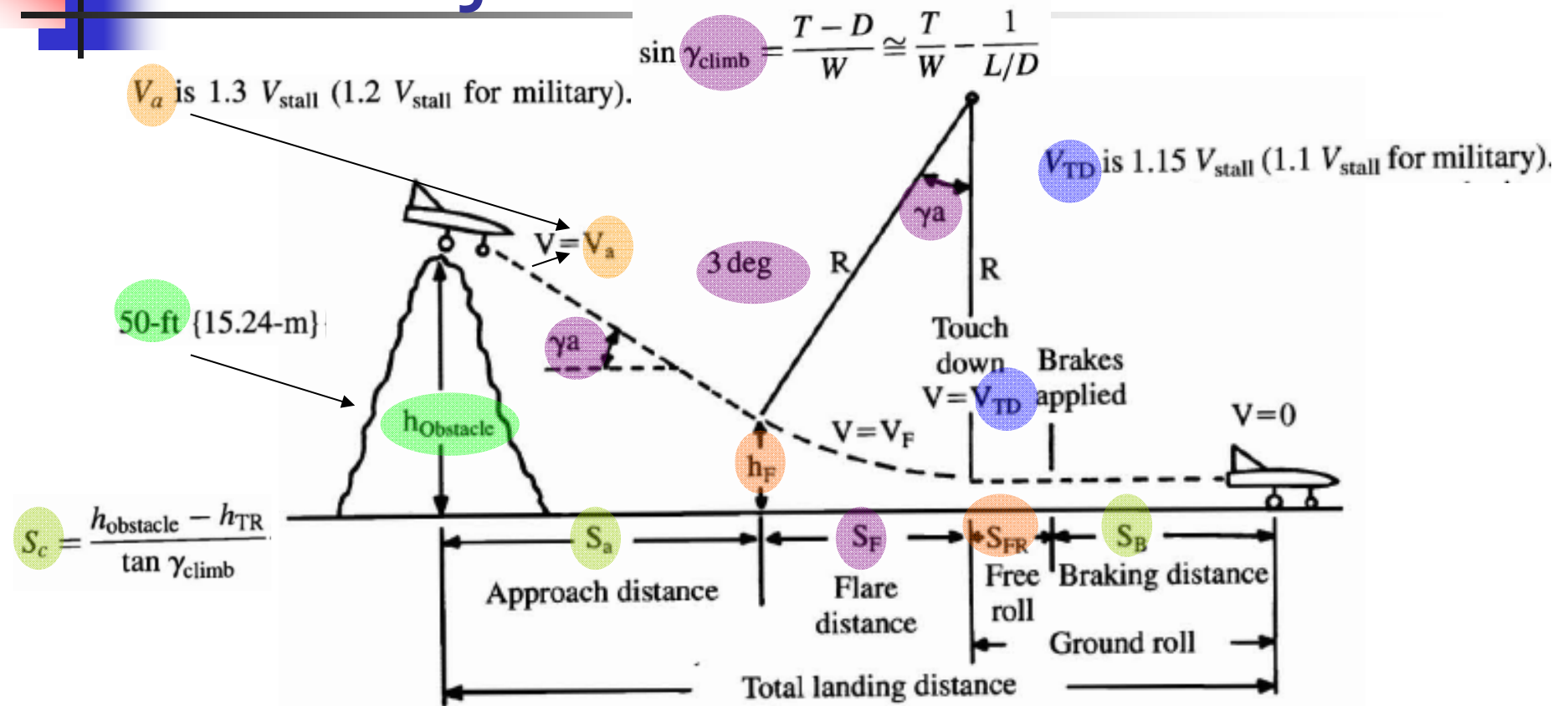


Fig. 17.19 Landing analysis.

$h_{TR} = R(1 - \cos \gamma_{climb})$

$S_T = R \sin \gamma_{climb} = R \left(\frac{T - D}{W} \right) \cong R \left(\frac{T}{W} - \frac{1}{L/D} \right)$

$S_G = \frac{1}{2g} \int_{V_i}^{V_f} \frac{d(V^2)}{K_T + K_A V^2} = \left(\frac{1}{2gK_A} \right) \ln \left(\frac{K_T + K_A V_f^2}{K_T + K_A V_i^2} \right)$



Subida



Introducción – Actuaciones de Subida - 1

- Las actuaciones de subida, aunque supone un **porcentaje pequeño** de vuelo, representan un **segmento primordial** para la operación de las aeronaves.
- En los últimos tiempos se ha dedicado un gran esfuerzo a **minimizar el coste** asociado a la subida ya que el **gasto de combustible** asociado a llevar a un avión a la velocidad y la altura de crucero que optimizan dicha operación, puede ser muy costoso.
 - Tramos de aceleración - deceleración.
 - Aumento de los regímenes de vuelo (altura).
- Las actuaciones en subida se pueden definir mediante **dos enfoques** distintos en las que se consideran diferentes condiciones de operación:
 - **Requisitos de operación** derivados de las **actuaciones deseadas**
 - Velocidad vertical a nivel de mar, configuración limpia, todos los motores operativos.
 - Techo máximo para velocidad de ascenso de 100 m/s^2 , para máxima velocidad vertical de 100 pies/s , configuración limpia, todos los motores operativos o un motor no operativo.
 - **Requisitos de aeronavegabilidad** para asegurar las **actuaciones adecuadas** para condiciones normales y críticas.
 - Gradiente mínimo en varias configuraciones (despegue, crucero y aterrizaje)
 - Un motor inoperativo, o todos los motores operativos.
 - Flaps retraídos o extendidos.
 - Vuelo en la velocidad de diseño o por encima de ella.
 - Velocidad de ascenso para una altura específica

Introducción – Actuaciones de Subida - 2

- Los requisitos de subida se pueden categorizar en cuatro grandes grupos:
 - **Velocidad de subida** manteniendo **velocidad de vuelo constante**.
 - Velocidad de subida **manteniendo velocidad de vuelo óptima** para subida.
 - **Pendiente de subida** (*climb gradient*) a una **velocidad de vuelo constante**.
 - **Climb gradient (%) = Velocidad de subida (fpm)/velocidad de vuelo (knots) (approx)**
 - Velocidad de subida (climb rate)
 - Velocidad de vuelo (airspeed)
 - Pendiente de subida a una velocidad de vuelo óptima para subida.
- El **Exceso de Potencia Específica** (Specific Excess Power) es una medida de la **potencia disponible** para hacer **subidas, aceleraciones y maniobras** de giro, primordiales para llegar a la altura de crucero a la velocidad y en la dirección correcta, por lo tanto un parámetro muy importante.
- Cuando la subida es constante $n=L/W \approx 1$, SEP es **aproximadamente** igual a la **velocidad de subida** (γ no muy grandes)

$$SEP = \frac{T-D}{W} V = \frac{V}{g} \frac{dV}{dt} + \frac{dh}{dt}$$

- **SEP** en vuelo **horizontal** es la capacidad del avión para **augmentar al energía cinética**, es decir, una medida del tiempo necesario para acelerar de una velocidad a otra.
- SEP en giro horizontal representa la maniobrabilidad y capacidad de aceleración.
- Maniobras y actuaciones de interés:
 - **Ángulo y velocidad vertical óptima.**
 - **Tiempo y combustible de subida.**

Subida/Descenso

Datos de entrada

Mach / EAS / TAS

Ángulo de subida/descenso

Palanca de gases

Velocidad inicial / final

Altura inicial / final

Cálculo

Ecuaciones generales

$$\frac{dx}{dt} = V \cos \gamma$$

$$\frac{dh}{dt} = V \sin \gamma$$

$$m \frac{dV}{dt} = T - D - mg \sin \gamma$$

$$mV \frac{d\gamma}{dt} = L - mg \cos \gamma$$

$$\frac{dm}{dt} = -c T$$

Datos de salida

Altura de vuelo

Velocidad

Velocidad vertical

Ángulo de subida/descenso

Palanca de gases

Empuje

Eficiencia aerodinámica

Fuel consumido

Tiempo empleado

Distancia recorrida

Peso

Subida: ángulo de subida/descenso y Mach de Vuelo

Datos de entrada	Cálculo	Datos de salida
Mach de vuelo	Ecuaciones particularizadas	Altura de vuelo
Ángulo de subida/descenso		Velocidad
Altura inicial	Procedimiento de cálculo	Velocidad vertical
Altura final		Ángulo de subida/descenso
	Resultado	Palanca de gases
		Empuje
		Eficiencia aerodinámica
		Fuel consumido
		Tiempo empleado
		Distancia recorrida
		Peso

$$\frac{dx}{dt} = V(h) \cos \gamma \quad V = M \sqrt{\gamma_{atm} R \theta(h)} = V(h)$$

$$\frac{dh}{dt} = V(h) \sin \gamma$$

$$T(h, \delta_T) = D(h, C_D) + W \sin \gamma + m \frac{dV(h)}{dt}$$

$$L(h, C_L) = W \cos \gamma$$

$$C_D = C_D(C_L)$$

$$\frac{dW}{dt} = -C(h, \delta_T) g T(h, \delta_T)$$

$$C_L = \frac{W \cos \gamma}{\frac{1}{2} \rho V(h)^2 S} = C_L(h, W)$$

$$C_D = C_D(h, W)$$

$$D = \frac{1}{2} \rho V(h)^2 S C_D(h, W) = D(h, W)$$

$$T = D(h, W) + W \sin \gamma + m \frac{dV(h)}{dt} = T(h, W)$$

$$\delta_T = \delta_T(h, W)$$

$$C = C(h, W)$$

$$\frac{dW}{dt} = \frac{dW}{dh} \frac{dh}{dt} = \frac{dW}{dh} V(h) \sin \gamma = -C(h, W) g T(h, W)$$

$$\frac{dW}{dh} = -\frac{C(h, W) g T(h, W)}{V(h) \sin \gamma} \quad \frac{dh}{dt} = V(h) \sin \gamma$$

$$V_{ini} = V(h_{ini})$$

$$T_{ini} = T(h_{ini}, W_{ini})$$

$$\delta_{Tini} = \delta_T(h_{ini}, W_{ini})$$

$$t(h) = \int_{h_{ini}}^h \frac{dh^*}{V(h^*) \sin \gamma}$$

Subida: ángulo de subida y EAS

Datos de entrada	Cálculo	Datos de salida
Velocidad EAS	Ecuaciones particularizadas	Altura de vuelo
Ángulo de subida/descenso		Velocidad
Altura inicial	Procedimiento de cálculo	Velocidad vertical
Altura final		Ángulo de subida/descenso
	Resultado	Palanca de gases
		Empuje
		Eficiencia aerodinámica
		Fuel consumido
		Tiempo empleado
		Distancia recorrida
		Peso

$$\frac{dx}{dt} = V(h) \cos \gamma \quad V = V_{EAS} \sqrt{\frac{\rho_{SL}}{\rho(h)}} = V(h)$$

$$\frac{dh}{dt} = V(h) \sin \gamma$$

$$T(h, \delta_T) = D(h, C_D) + W \sin \gamma + m \frac{dV(h)}{dt}$$

$$L(h, C_L) = W \cos \gamma$$

$$C_D = C_D(C_L)$$

$$\frac{dW}{dt} = -C(h, \delta_T) g T(h, \delta_T)$$

$$C_L = \frac{W \cos \gamma}{\frac{1}{2} \rho V(h)^2 S} = C_L(h, W)$$

$$C_D = C_D(h, W)$$

$$D = \frac{1}{2} \rho V(h)^2 S C_D(h, W) = D(h, W)$$

$$T = D(h, W) + W \sin \gamma + m \frac{dV(h)}{dt} = T(h, W)$$

$$\delta_T = \delta_T(h, W)$$

$$C = C(h, W)$$

$$\frac{dW}{dt} = \frac{dW}{dh} \frac{dh}{dt} = \frac{dW}{dh} V(h) \sin \gamma = -C(h, W) g T(h, W)$$

$$\frac{dW}{dh} = -\frac{C(h, W) g T(h, W)}{V(h) \sin \gamma} \quad \frac{dh}{dt} = V(h) \sin \gamma$$

$$V_{ini} = V(h_{ini})$$

$$T_{ini} = T(h_{ini}, W_{ini})$$

$$\delta_{Tini} = \delta_T(h_{ini}, W_{ini})$$

$$t(h) = \int_{h_{ini}}^h \frac{dh^*}{V(h^*) \sin \gamma}$$

Subida: ángulo de subida y TAS

Datos de entrada

Velocidad TAS

Ángulo de subida/descenso

Altura inicial

Altura final

Cálculo

Ecuaciones particularizadas

$$\frac{dx}{dt} = V(h) \cos \gamma \quad V_{TAS} = V$$

$$\frac{dh}{dt} = V(h) \sin \gamma$$

$$T(h, \delta_T) = D(h, C_D) + W \sin \gamma + m \frac{dV(h)}{dt}$$

$$L(h, C_L) = W \cos \gamma$$

$$C_D = C_D(C_L)$$

$$\frac{dW}{dt} = -C(h, \delta_T) g T(h, \delta_T)$$

Procedimiento de cálculo

$$C_L = \frac{W \cos \gamma}{\frac{1}{2} \rho V(h)^2 S} = C_L(h, W)$$

$$C_D = C_D(h, W)$$

$$D = \frac{1}{2} \rho V(h)^2 S C_D(h, W) = D(h, W)$$

$$T = D(h, W) + W \sin \gamma + m \frac{dV(h)}{dt} = T(h, W)$$

$$\delta_T = \delta_T(h, W)$$

$$C = C(h, W)$$

$$\frac{dW}{dt} = \frac{dW}{dh} \frac{dh}{dt} = \frac{dW}{dh} V(h) \sin \gamma = -C(h, W) g T(h, W)$$

Resultado

$$\frac{dW}{dh} = -\frac{C(h, W) g T(h, W)}{V(h) \sin \gamma} \quad \frac{dh}{dt} = V(h) \sin \gamma$$

$$V_{ini} = V(h_{ini})$$

$$T_{ini} = T(h_{ini}, W_{ini}) \quad t(h) = \int_{h_{ini}}^h \frac{dh^*}{V \sin \gamma} = \frac{h - h_{ini}}{V \sin \gamma}$$

$$\delta_{Tini} = \delta_T(h_{ini}, W_{ini})$$

Datos de salida

Altura de vuelo

Velocidad

Velocidad vertical

Ángulo de subida/descenso

Palanca de gases

Empuje

Eficiencia aerodinámica

Fuel consumido

Tiempo empleado

Distancia recorrida

Peso

Subida: palanca de gases y Mach

Datos de entrada	Cálculo	Datos de salida
Mach de vuelo	Ecuaciones particularizadas	Altura de vuelo
Palanca de gases		Velocidad
Altura inicial	Procedimiento de cálculo	Velocidad vertical
Altura final		Ángulo de subida/descenso
	Resultado	Palanca de gases
		Empuje
		Eficiencia aerodinámica
		Fuel consumido
		Tiempo empleado
		Distancia recorrida
		Peso

$$\frac{dx}{dt} = V(h) \cos \gamma \quad V = M \sqrt{\gamma_{atm} R \theta(h)} = V(h)$$

$$\frac{dh}{dt} = V(h) \sin \gamma$$

$$T(h, \delta_T) = D(h, C_D) + W \sin \gamma + m \frac{dV(h)}{dt}$$

$$L(h, C_L) = W \cos \gamma$$

$$C_D = C_D(C_L)$$

$$\frac{dW}{dt} = -C(h) g T(h)$$

- {W₀, h₀, V(h₀)} = datos iniciales
1. $\gamma_0 = 0$
 - 2. $L = W_k \rightarrow C_L$
 3. $C_D = C_D(C_L)$
 4. $T = D + \left(W_k + m_k V_k \frac{dV_k}{dh} \right) \sin \gamma_k \rightarrow \gamma_k$
 5. $L = W_k \cos \gamma_k \rightarrow C_{L_k}$

$$W_{k=0} = W_{ini}$$

$$C_{L_k} = \frac{W_k \cos \gamma_k}{\frac{1}{2} \rho(k) V(k)^2 S}$$

$$C_{D_k} = C_D(C_{L_k})$$

$$V_{vert_k} = V_k \sin \gamma_k$$

$$V_{horz_k} = V_k \cos \gamma_k$$

$$t_k = \frac{H_{k+1} - H_k}{V_{vert_k}}$$

$$x_k = \frac{H_{k+1} - H_k}{\tan \gamma_k}$$

$$fuel_k = C_k T_k t_k$$

$$W_{k+1} = W_k - fuel_k g$$

Subida: palanca de gases y EAS

Datos de entrada	Cálculo	Datos de salida
Velocidad EAS	<p>Ecuaciones particularizadas</p> $\frac{dx}{dt} = V(h) \cos \gamma \quad V = V_{EAS} \sqrt{\frac{\rho_{SL}}{\rho(h)}} = V(h)$ $\frac{dh}{dt} = V(h) \sin \gamma$ $T(h, \delta_T) = D(h, C_D) + W \sin \gamma + m \frac{dV(h)}{dt}$ $L(h, C_L) = W \cos \gamma$ $C_D = C_D(C_L)$ $\frac{dW}{dt} = -C(h) g T(h)$	Altura de vuelo
Palanca de gases		Velocidad
Altura inicial	<p>Procedimiento de cálculo</p> <p>$\{W_0, h_0, V(h_0)\} = \text{datos iniciales}$</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. $\gamma_0 = 0$ → 2. $L = W_k \rightarrow C_L$ 3. $C_D = C_D(C_L)$ 4. $T = D + \left(W_k + m_k V_k \frac{dV_k}{dh} \right) \sin \gamma_k \rightarrow \gamma_k$ ← 5. $L = W_k \cos \gamma_k \rightarrow C_{L_k}$ 	Velocidad vertical
Altura final		Ángulo de subida/descenso
	<p>Resultado</p> $W_{k=0} = W_{ini} \quad t_k = \frac{H_{k+1} - H_k}{V_{vert_k}}$ $C_{L_k} = \frac{W_k \cos \gamma_k}{\frac{1}{2} \rho(k) V(k)^2 S} \quad x_k = \frac{H_{k+1} - H_k}{\tan \gamma_k}$ $C_{D_k} = C_D(C_{L_k}) \quad fuel_k = C_k T_k t_k$ $V_{vert_k} = V_k \sin \gamma_k \quad W_{k+1} = W_k - fuel_k g$ $V_{horz_k} = V_k \cos \gamma_k$	Palanca de gases
		Empuje
		Eficiencia aerodinámica
		Fuel consumido
		Tiempo empleado
		Distancia recorrida
		Peso

Subida: palanca de gases y TAS

Datos de entrada
Velocidad TAS
Palanca de gases
Altura inicial
Altura final

Cálculo	
Ecuaciones particularizadas	$\frac{dx}{dt} = V(h) \cos \gamma \quad V_{TAS} = V$ $\frac{dh}{dt} = V(h) \sin \gamma$ $T(h, \delta_T) = D(h, C_D) + W \sin \gamma + m \frac{dV(h)}{dt}$ $L(h, C_L) = W \cos \gamma$ $C_D = C_D(C_L)$ $\frac{dW}{dt} = -C(h) g T(h)$
Procedimiento de cálculo	$\{W_0, h_0, V(h_0)\} = \text{datos iniciales}$ <ol style="list-style-type: none"> $\gamma_0 = 0$ $L = W_k \rightarrow C_L$ $C_D = C_D(C_L)$ $T = D + \left(W_k + m_k V_k \frac{dV_k}{dh} \right) \sin \gamma_k \rightarrow \gamma_k$ $L = W_k \cos \gamma_k \rightarrow C_{L_k}$
Resultado	$W_{k=0} = W_{ini}$ $C_{L_k} = \frac{W_k \cos \gamma_k}{\frac{1}{2} \rho(k) V(k)^2 S}$ $C_{D_k} = C_D(C_{L_k})$ $V_{vert_k} = V_k \sin \gamma_k$ $V_{horz_k} = V_k \cos \gamma_k$ $t_k = \frac{H_{k+1} - H_k}{V_{vert_k}}$ $x_k = \frac{H_{k+1} - H_k}{\tan \gamma_k}$ $fuel_k = C_k T_k t_k$ $W_{k+1} = W_k - fuel_k g$

Datos de salida
Altura de vuelo
Velocidad
Velocidad vertical
Ángulo de subida/descenso
Palanca de gases
Empuje
Eficiencia aerodinámica
Fuel consumido
Tiempo empleado
Distancia recorrida
Peso

Subida acelerada: ángulo de subida, velocidad inicial y final

Datos de entrada

Velocidad inicial / final

Ángulo de subida

Altura inicial

Altura final

Cálculo

Ecuaciones particularizadas

$$\frac{dx}{dt} = V(h) \cos \gamma$$

$$\frac{dh}{dt} = V(h) \sin \gamma$$

$$V = \frac{V_f - V_0}{h_f - h_0} h + \frac{V_0 h_f - V_f h_0}{h_f - h_0} = V(h)$$

$$T(h, \delta_T) = D(h, C_D) + W \sin \gamma + m \frac{dV(h)}{dt}$$

$$L(h, C_L) = W \cos \gamma$$

$$C_D = C_D(C_L)$$

$$\frac{dW}{dt} = -C(h, \delta_T) g T(h, \delta_T)$$

Procedimiento de cálculo

$$C_L = \frac{W \cos \gamma}{\frac{1}{2} \rho V(h)^2 S} = C_L(h, W)$$

$$C_D = C_D(h, W)$$

$$D = \frac{1}{2} \rho V(h)^2 S C_D(h, W) = D(h, W)$$

$$T = D(h, W) + W \sin \gamma + m \frac{dV(h)}{dt} = T(h, W)$$

$$\delta_T = \delta_T(h, W)$$

$$C = C(h, W)$$

$$\frac{dW}{dt} = \frac{dW}{dh} \frac{dh}{dt} = \frac{dW}{dh} V(h) \sin \gamma = -C(h, W) g T(h, W)$$

Resultado

$$\frac{dW}{dh} = -\frac{C(h, W) g T(h, W)}{V(h) \sin \gamma} \quad \frac{dh}{dt} = V(h) \sin \gamma$$

$$V_{ini} = V(h_{ini})$$

$$T_{ini} = T(h_{ini}, W_{ini})$$

$$\delta_{Tini} = \delta_T(h_{ini}, W_{ini})$$

$$t(h) = \int_{h_{ini}}^h \frac{dh^*}{V(h^*) \sin \gamma}$$

Datos de salida

Altura de vuelo

Velocidad

Velocidad vertical

Ángulo de subida/descenso

Palanca de gases

Empuje

Eficiencia aerodinámica

Fuel consumido

Tiempo empleado

Distancia recorrida

Peso

Subida acelerada: velocidad inicial, final y palanca de gases

Datos de entrada	Cálculo		Datos de salida
Velocidad inicial / final	Ecuaciones particularizadas	$\frac{dx}{dt} = V(h) \cos \gamma$ $\frac{dh}{dt} = V(h) \sin \gamma$ $V = \frac{V_f - V_0}{h_f - h_0} h + \frac{V_0 h_f - V_f h_0}{h_f - h_0} = V(h)$ $T(h, \delta_T) = D(h, C_D) + W \sin \gamma + m \frac{dV(h)}{dt}$ $L(h, C_L) = W \cos \gamma$ $C_D = C_D(C_L)$ $\frac{dW}{dt} = -C(h) g T(h)$	Altura de vuelo
Palanca de gases			Velocidad
Altura inicial	Procedimiento de cálculo	$\{W_0, h_0, V(h_0)\} = \text{datos iniciales}$ <ol style="list-style-type: none"> 1. $\gamma_0 = 0$ 2. $L = W_k \rightarrow C_L$ 3. $C_D = C_D(C_L)$ 4. $T = D + \left(W_k + m_k V_k \frac{dV_k}{dh} \right) \sin \gamma_k \rightarrow \gamma_k$ 5. $L = W_k \cos \gamma_k \rightarrow C_{L_k}$ 	Velocidad vertical
Altura final			Ángulo de subida/descenso
	Resultado	$W_{k=0} = W_{ini}$ $C_{L_k} = \frac{W_k \cos \gamma_k}{\frac{1}{2} \rho(k) V(k)^2 S}$ $C_{D_k} = C_D(C_{L_k})$ $V_{vert_k} = V_k \sin \gamma_k$ $V_{horz_k} = V_k \cos \gamma_k$ $t_k = \frac{H_{k+1} - H_k}{V_{vert_k}}$ $x_k = \frac{H_{k+1} - H_k}{\tan \gamma_k}$ $fuel_k = C_k T_k t_k$ $W_{k+1} = W_k - fuel_k g$	Palanca de gases
			Empuje
			Eficiencia aerodinámica
			Fuel consumido
			Tiempo empleado
			Distancia recorrida
			Peso

Subida - I

- Subida y Descenso:

- La condición de subida o descenso es $\gamma = \text{constante} \neq 0$
- Factor de carga

$$m \frac{dV}{dt} = \sum F_{x_v},$$
$$m \frac{V^2}{r} = \sum F_{z_v},$$

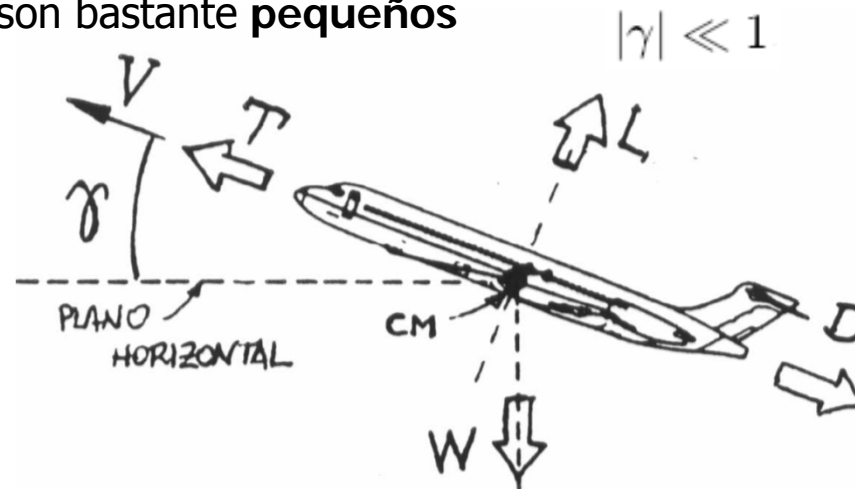


$$L = W \cos \gamma,$$
$$T = D + W \sin \gamma,$$



$$n = \cos \gamma,$$

- El factor de carga $n < 1$.
- Se utiliza la **aproximación del ángulo pequeño** lo cual simplifica notablemente el problema.
- Para el caso de subida y bajada de aviones esto es bastante **común** ya que los **ángulos de subida y bajada** son bastante **pequeños**

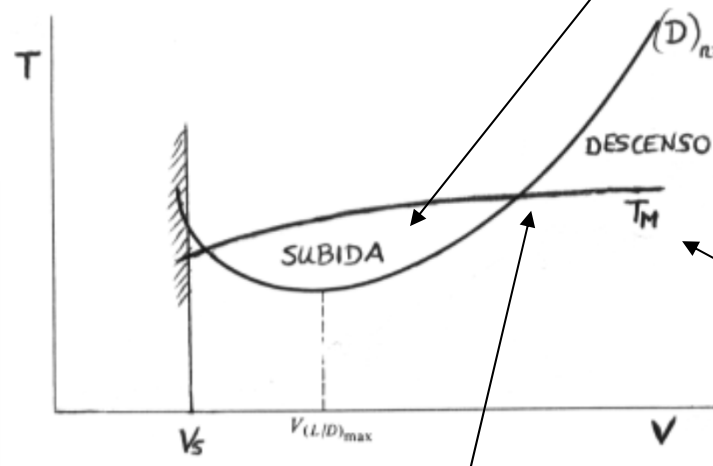
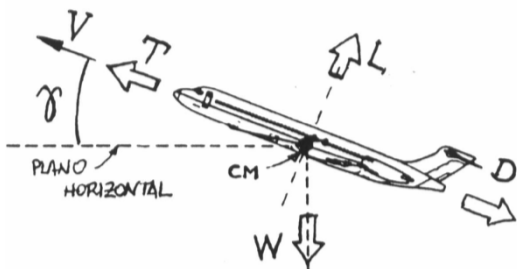


Subida - II

$$|\gamma| \ll 1 \quad \begin{cases} L = W \cos \gamma, \\ T = D + W \sin \gamma, \end{cases} \quad \begin{cases} L \approx W, \\ \gamma \approx \frac{T - D}{W}. \end{cases} \quad \gamma \approx \frac{1}{W} \left[T - \left(\frac{1}{2} \rho V^2 S C_{D_0} + k \frac{2W^2}{\rho V^2 S} \right) \right]$$

- Esta ecuación proporciona:
 - un **relación empírica** del **empuje** necesario para **mantener**, a una **altura dada**, una subida uniforme, definida por γ y V
 - indica el **valor** de γ para **cada valor** del **empuje** suministrado por el motor, a una velocidad dada:
 - el ángulo de **asiento de velocidad** de un avión es **controlado** mediante el **empuje** de su grupo motopropulsor.

el empuje necesario para vuelo horizontal, a una altura dada



el empuje necesario para vuelo horizontal, a una altura dada

el empuje suministrado por el grupo motopropulsor

Variación del empuje con la velocidad

Subida - III

- El vuelo en subida constante se suele medir en distancia vertical subida por minuto (pies o metros por minuto)
- Se suele aproximar medir con el gradiente entre la distancia vertical y la horizontal que el avión a viajado.
 - el gradiente se puede medir mediante el cociente entre la velocidad vertical y la velocidad horizontal del avión, o por tan (γ)

$$\begin{aligned}V_V &= V \sin\gamma \\V_H &= V \cos\gamma \\G = \text{TAN}\gamma &= \frac{V_V}{V_H}\end{aligned}$$

- Los gradientes de subida son solo indicativos para poder entrar en las fórmulas de diseño.
 - Transport
 - Gradiente de subida del 15% para los monomotores
 - Gradiente de subida del 6% para los bimotores con fallo de un motor
 - General Aviation
 - Gradiente de subida del 9 %
- **Se mantendrán los valores de velocidades verticales y gradientes reflejadas en el RFP (son valores mínimos)**

Subida - IV

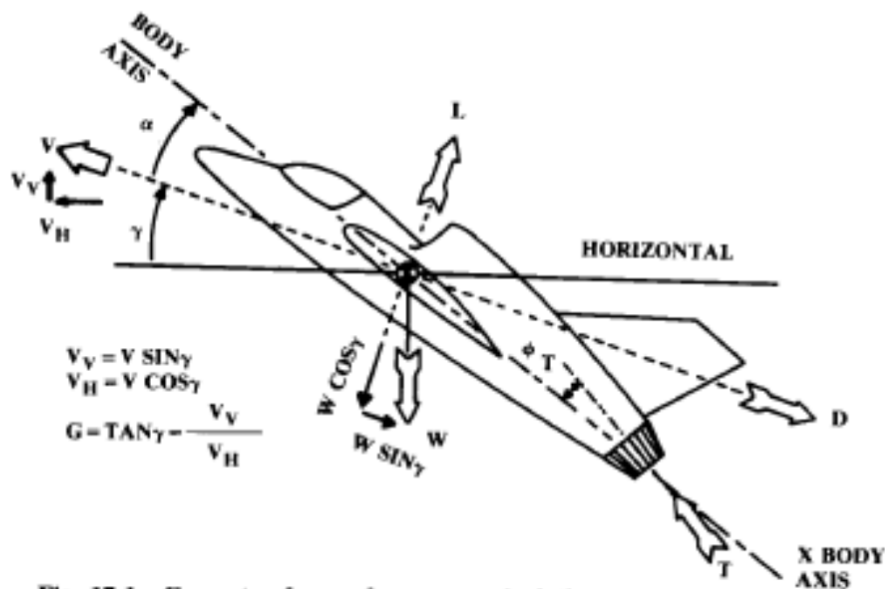


Fig. 17.1 Geometry for performance calculation.

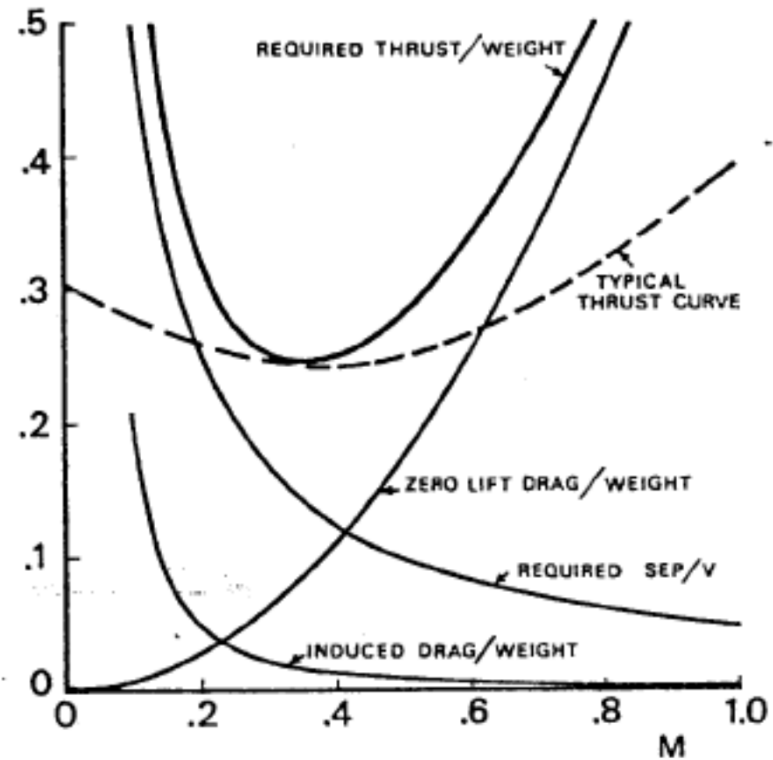


Fig. 5-12. Required thrust in a climb with specified SEP



Subida - V

- Parámetros aerodinámicos:
 - C_{D0} y K se estiman a partir de valores iniciales.
 - 3 niveles de hipótesis
 - Estimaciones preliminares.
 - Valores aproximados.
 - Valores más detallados
 - Estimados a partir de configuración limpia
- Inicialmente se **considera** que la **configuración** más restrictiva en el **segmento de subida** es al **principio** del dicho **segmento** por lo que se considera el **peso de subida** como el W_0 .
- Se **considera** la **aproximación** de la **velocidad horizontal** en función del **gradiente**
- Para cálculos más precisos del segmento de subida no se empleará el gradiente sino la más restrictiva definida por el RFP que es la velocidad vertical, junto con los “**best angle**” y “**best climb rate**”

Subida - VI

$$\begin{aligned} \Sigma F_x &= T - D - W \sin \gamma \\ \Sigma F_z &= L - W \cos \gamma \end{aligned}$$



$$\begin{aligned} T &= D + W \sin \gamma \\ L &= W \cos \gamma \end{aligned}$$

$$\gamma = \sin^{-1} \left(\frac{T - D}{W} \right) = \sin^{-1} \left(\frac{T}{W} - \frac{D}{W} \right) \cong \sin^{-1} \left(\frac{T}{W} - \frac{1}{L/D} \right)$$

Velocidad de ascenso (V_v)

$$V_v = V \sin \gamma = V \left(\frac{T - D}{W} \right) \cong V \left(\frac{T}{W} - \frac{1}{L/D} \right)$$

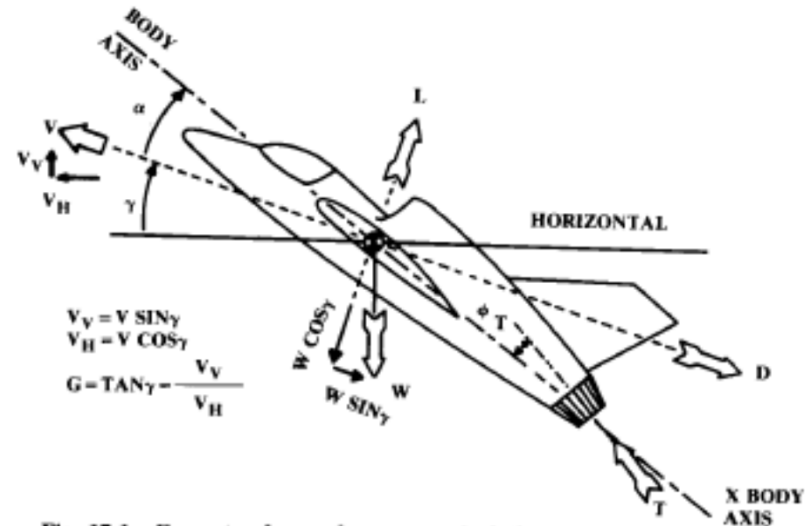


Fig. 17.1 Geometry for performance calculation.

Velocidad para subida constante – definida en el RFP

Velocidad horizontal (V_H)

$$\begin{aligned} V_v &= V \sin \gamma \\ V_H &= V \cos \gamma \\ G = \tan \gamma &= \frac{V_v}{V_H} \end{aligned}$$

$$V = \sqrt{\frac{2}{\rho C_L} \left(\frac{W}{S} \right) \cos \gamma}$$

$$\frac{L}{D} = \frac{1}{\frac{q C_{D0}}{W/S} + \frac{1}{S} \frac{1}{q \pi A e}}$$

$$\frac{T}{W} \cong \frac{\cos \gamma}{L/D} + \sin \gamma \cong \frac{1}{L/D} + \sin \gamma = \frac{1}{L/D} + \frac{V_v}{V}$$

Subida - VII

Determinación gráfica

- Las dos condiciones que interesan al diseñador son
 - La **mejor velocidad de ascenso**, la cual es la que genera **máxima velocidad vertical**.
 - **Subida a altura de crucero en tiempo mínimo.**
 - El **mejor ángulo de ascenso**:
 - Produce una **velocidad vertical ligeramente inferior** a la **velocidad de subida óptima**, pero a su vez es capaz de **superar obstáculos verticales en la menor distancia horizontal**.
- Se **determinan gráficamente** los puntos de la curva asociados a la ecuación de la velocidad de ascenso:
 - **Empuje y Resistencia actuales.**
 - La **velocidad máxima de ascenso** es el **valor máximo** de la curva.
 - El **ángulo óptimo** de subida es el **punto de corte** de la **tangente** desde el origen de la gráfica.
 - El **ángulo de subida** es la **arcotangente** de la **velocidad vertical** dividida por la **velocidad horizontal**.

$$V_V = V \sin \gamma$$

$$V_H = V \cos \gamma$$

$$G = \tan \gamma = \frac{V_V}{V_H}$$

$$\frac{L}{D} = \frac{1}{\frac{q C_{D0}}{W/S} + \frac{1}{S q \pi A e}}$$

$$V_v = V \sin \gamma = V \left(\frac{T - D}{W} \right) \cong V \left(\frac{T}{W} - \frac{1}{L/D} \right)$$

$$\frac{T}{W} = \frac{\cos \gamma}{L/D} + \sin \gamma \cong \frac{1}{L/D} + \sin \gamma = \frac{1}{L/D} + \frac{V_v}{V}$$

$$V = \sqrt{\frac{2}{\rho C_L} \left(\frac{W}{S} \right) \cos \gamma}$$

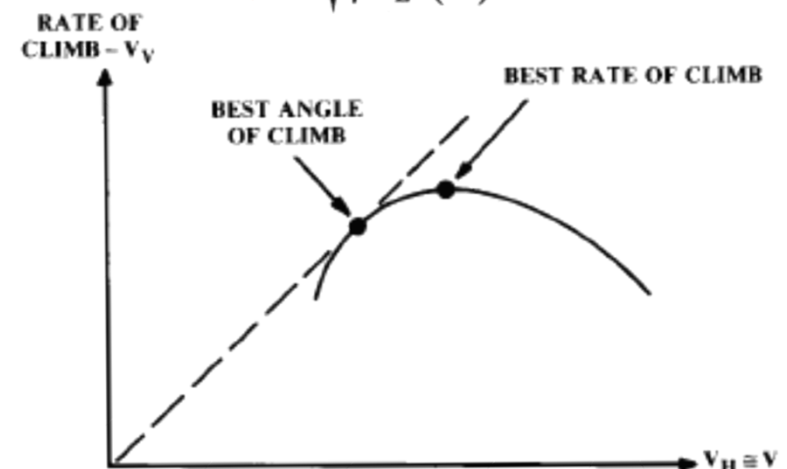


Fig. 17.3 Graphical method for best climb.

Subida - VII

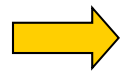
Como calcular diagrama V_V vs. V_H
En función de δ_T

Jet

$$V_V = V \sin \gamma = V \left(\frac{T - D}{W} \right) \cong V \left(\frac{T}{W} - \frac{1}{L/D} \right)$$

$$\longleftrightarrow \frac{L}{D} = \frac{1}{\frac{qC_{D_0}}{W/S} + \frac{W}{qS\pi ARe}}$$

Fijar posición palanca - δ_T



$$T = \delta_T T_{SL} \left(1 + \frac{\gamma - 1}{2} M^2 \right)^{\frac{\gamma - 1}{\gamma}} (1,00 - 0,49\sqrt{M}) \frac{\rho}{\rho_{SL}}$$

Prop

$$V_V = V \sin \gamma = V \left(\frac{T - D}{W} \right) = \left(\frac{VT}{W} - \frac{VD}{W} \right) = P_{AV} - P_{REQ}$$

Fijar posición palanca - δ_T



$$P = \delta_T P_{SL} \left(1 + \frac{\gamma - 1}{2} M^2 \right)^{\frac{\gamma - 1}{\gamma}} \frac{p}{p_{SL}}$$

P_{AV} - potencia disponible siendo $P_{AV} = P \eta_p$

P_{REQ} - potencia necesaria

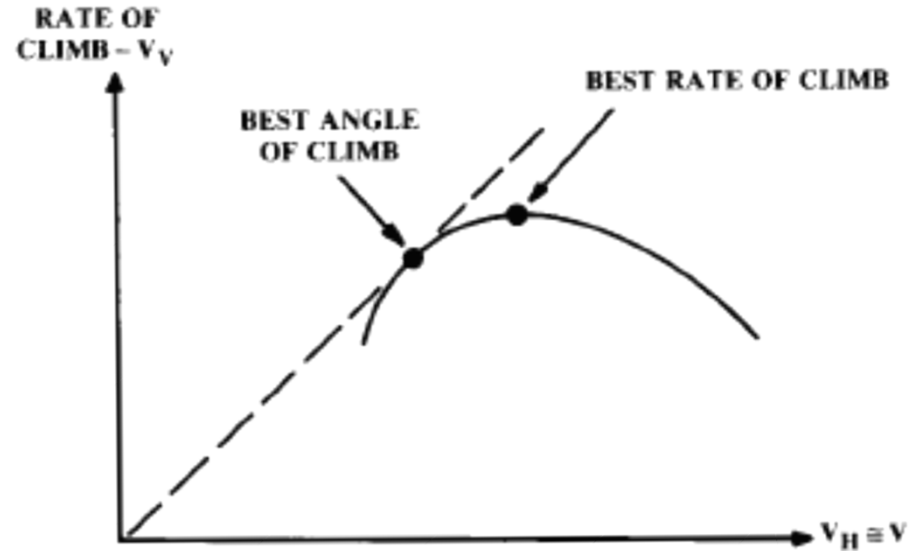


Fig. 17.3 Graphical method for best climb.

Ángulo y velocidad vertical óptima – I - Jet

- La optimización de la subida solo determina la velocidad necesaria para optimizar la subida a una altura específica.
- Determinación de la velocidad para volar al ángulo velocidad de subida óptima es bastante complicado:

- Para aviones de reacción el **ángulo óptimo de subida**:

- $T \approx \text{cte}$ con velocidad, por lo que puede ser maximizada para las condiciones de ángulo óptimo de subida.

$$\gamma = \sin^{-1}\left(\frac{T-D}{W}\right) = \sin^{-1}\left(\frac{T}{W} - \frac{\cos\gamma}{L/D}\right) \cong \sin^{-1}\left(\frac{T}{W} - \frac{1}{L/D}\right) \quad \Rightarrow \quad \frac{L}{D} = \frac{1}{\frac{qC_{D0}}{W/S} + \frac{W}{S} \frac{1}{q\pi Ae}}$$

- $T/W \approx \text{cte}$ con velocidad, la velocidad óptima para L/D óptimo es la velocidad para maximizar el ángulo de subida

$$V_{\text{min thrust or drag}} = \sqrt{\frac{2W}{\rho S}} \sqrt{\frac{K}{C_{D0}}}$$

- La **velocidad de subida óptima (max)** se obtiene mediante maximización de:

$$V_v = V \sin\gamma = V\left(\frac{T-D}{W}\right) \cong V\left(\frac{T}{W} - \frac{1}{L/D}\right) \quad \rightarrow \quad V_v = V\left(\frac{T-D}{W}\right) = V\left(\frac{T}{W}\right) - \frac{\rho V^3 C_{D0}}{2(W/S)} - \frac{2K(W)}{\rho V(S)}$$

- Asumiendo que γ es lo suficientemente pequeño: $L \approx W$

$$\frac{\partial V_v}{\partial V} = 0 = \frac{T}{W} - \frac{3\rho V^2 C_{D0}}{2(W/S)} + \frac{2K}{\rho V^2} \left(\frac{W}{S}\right) \quad \Rightarrow \quad V = \sqrt{\frac{W/S}{3\rho C_{D0}} [T/W + \sqrt{(T/W)^2 + 12C_{D0}K}]} \quad \Rightarrow \quad V_v = V \sin\gamma$$

Ángulo y velocidad vertical óptima – I - Prop

- Para aviones de motor alternativo el ángulo óptimo de subida

$$T = P\eta_p/V = 550 \text{ bhp } \eta_p/V \quad \Rightarrow \quad \gamma = \sin^{-1}\left(\frac{T-D}{W}\right) = \sin^{-1}\left(\frac{T}{W} - \frac{\cos\gamma}{L/D}\right) \cong \sin^{-1}\left(\frac{T}{W} - \frac{1}{L/D}\right)$$

$$\gamma = \sin^{-1}\left[\frac{P\eta_p}{VW} - \frac{D}{W}\right] = \sin^{-1}\left[\frac{550 \text{ bhp } \eta_p}{VW} - \frac{D}{W}\right] \quad \Rightarrow \quad \frac{\partial \gamma}{\partial V}$$

Ángulo de subida óptima \approx 85%-90% de la velocidad subida óptima

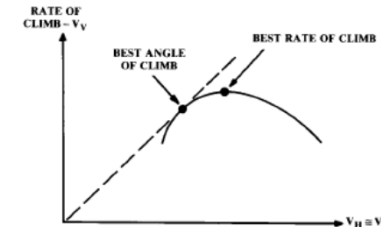


Fig. 17.3 Graphical method for best climb.

- Las velocidades óptimas suelen producir valores muy pequeños, INCLUSO inferiores a la de entrada en pérdida, para las que la polar parabólica de coeficientes constantes no es válida debido a la resistencia debido a la separación a ángulos de ataque elevados.
- Los métodos gráficos son mucho más efectivos.
- Para aviones de motor alternativo la velocidad de subida óptima se obtiene mediante maximización de

Velocidad vertical óptima (best climb rate)

$$T = P\eta_p/V = 550 \text{ bhp } \eta_p/V \quad \Rightarrow \quad V_v = V \sin\gamma = V\left(\frac{T-D}{W}\right) \cong V\left(\frac{T}{W} - \frac{1}{L/D}\right)$$

$$V_v = V \sin\gamma = \frac{P\eta_p}{W} - \frac{DV}{W} = \frac{550 \text{ bhp } \eta_p}{W} - \frac{DV}{W}$$

Tiempo y combustible de subida.

- El tiempo necesario para llegar a una altitud dada es igual al cambio de altitud dividida por la velocidad vertical:

$$dt = \frac{dh}{V_v}$$

- El combustible consumido es el producto del empuje, el consumo específico, y el tiempo de subida.

$$dW_f = -CT dt \quad C = C_{\text{power}} \frac{V}{\eta_p} = C_{\text{bhp}} \frac{V}{550 \eta_p}$$

- A medida que el avión asciende, la **densidad**, el **peso del avión**, la **resistencia**, en **consumo específico** y la **velocidad de ascenso óptima varían con la subida**.
- Aproximación para pequeños cambios en altitud

- Para un peso específico y empuje constante, la velocidad de ascenso se puede definir:

$$V_v = V_{v_i} - a(h_{i+1} - h_i)$$

Best vertical climb velocity

$$a = \frac{V_{v_2} - V_{v_1}}{h_2 - h_1}$$

$$V_v = V \left(\frac{T-D}{W} \right) = V \left(\frac{T}{W} \right) - \frac{\rho V^3 C_{D_0}}{2(W/S)} - \frac{2K(W)}{\rho V(S)}$$

Jet

$$V_v = V \sin \gamma = \frac{P \eta_p}{W} - \frac{DV}{W} = \frac{550 \text{ bhp } \eta_p}{W} - \frac{DV}{W}$$

Piston

- Discretizando los segmentos de subida en tramos inferiores a 5000 pies, el combustible consumido es despreciable con respecto a la masa total del avión por lo que se puede despreciar en la integración:

$$V_v = V_{v_i} - a(h_{i+1} - h_i) \quad \Rightarrow \quad dt = \frac{dh}{V_v} \quad \Rightarrow \quad t_{i+1} - t_i = \frac{1}{a} \ln \left(\frac{V_{v_i}}{V_{v_{i+1}}} \right)$$

integrando

$$\Delta W_{\text{fuel}} = (-CT)_{\text{average}} (t_{i+1} - t_i)$$



Crucero

Crucero

Datos de entrada	Cálculo	Datos de salida
Mach de vuelo	<p>Ecuaciones generales</p> $\frac{dx}{dt} = V$ $\frac{dh}{dt} = 0$ $m \frac{dV}{dt} = T - D$ $L = W$ $\frac{dm}{dt} = -c T$	Altura de vuelo
Coeficiente de sustentación		Velocidad
Palanca de gases		Velocidad máxima
Velocidad inicial / final		Palanca de gases
Altura de crucero		Empuje
Distancia final		Eficiencia aerodinámica
Peso final		Fuel consumido
		Tiempo empleado
	Distancia recorrida	
	Peso	

Crucero: Mach de vuelo

Datos de entrada	Cálculo		Datos de salida
Mach de vuelo	Ecuaciones particularizadas	$\frac{dx}{dt} = V$	Altura de vuelo
Altura de crucero		$V = M a$	Velocidad
Distancia final		$\frac{dV}{dt} = 0$	Palanca de gases
		$T(\delta_T, V) = D(V, C_D)$	Empuje
		$L(V, C_L) = W$	Eficiencia aerodinámica
		$C_D = C_D(C_L)$	Fuel consumido
		$\frac{dW}{dt} = -C(\delta_T, V) g T(\delta_T, V)$	Tiempo empleado
	Procedimiento de cálculo	$C_L = \frac{W}{\frac{1}{2} \rho V^2 S} = C_L(W)$	Distancia recorrida
		$C_D = C_D(W)$	Peso
		$D = \frac{1}{2} \rho V^2 S C_D(W) = D(W)$	Altura de vuelo
		$T = D(W) = T(W)$	
		$\delta_T = \delta_T(W)$	
		$C = C(W)$	
		$\frac{dW}{dt} = -C(W) g T(W)$	
	Resultado	$\frac{dW}{dx} = \frac{C(W) g T(W)}{V} \rightarrow W = W(x)$	
		$X_{ini} = 0$	
		$W_{ini} = W_0$	

Crucero: Mach de vuelo: velocidad máxima

Datos de entrada	Cálculo	Datos de salida
Mach de vuelo	$C_L = \frac{W}{\frac{1}{2}\rho V^2 S} = C_L(V) \quad \delta_T = 1$ $C_D = C_D(V) \quad W = W_{ini}$ $D = \frac{1}{2}\rho V^2 S C_D(V) = D(V)$	Altura de vuelo
Altura de crucero		Velocidad
Distancia final	$T(V) = D(V)$ \downarrow $V = V_{max}$	Velocidad máxima
		Palanca de gases
		Empuje
		Eficiencia aerodinámica
		Fuel consumido
		Tiempo empleado
		Distancia recorrida
		Peso
		Altura de vuelo

Crucero: dado C_L

Datos de entrada

Coeficiente de sustentación

Altura de crucero

Distancia final

Cálculo	
Ecuaciones particularizadas	$\frac{dx}{dt} = V$ $T(\delta_T, V) = D(V, C_D)$ $L(V, C_L) = W$ $C_D = C_D(C_L)$ $\frac{dW}{dt} = -C(\delta_T, V) - g T(\delta_T, V)$
Procedimiento de cálculo	$V = \sqrt{\frac{W}{\frac{1}{2}\rho S C_L}} = V(W)$ $\frac{dV}{dW} = \frac{1}{\sqrt{2\rho S C_L} W} = \frac{dV}{dW}(W)$ $M = \frac{V(W)}{a} = M(W) \quad \delta_T = \delta_T(W)$ $D = \frac{1}{2}\rho V(W)^2 S C_D = D(W)$ $C = C(W) \quad T = D(W) + \frac{W}{g} \frac{dV}{dW} \frac{dW}{dx} V(W) = T(W)$
Resultado	$\frac{dW}{dx} = \frac{dW}{dt} \frac{dt}{dx} = \frac{-C(W) - g D(W)}{V \left(1 + C(W) W \frac{dV}{dW}\right)} \rightarrow \mathbf{W} = \mathbf{W}(x)$ $X_{ini} = 0$ $W_{ini} = W_0$

Datos de salida

Altura de vuelo

Velocidad

Palanca de gases

Empuje

Eficiencia aerodinámica

Fuel consumido

Tiempo empleado

Distancia recorrida

Peso

Altura de vuelo

Crucero acelerado: palanca de gases, velocidad inicial y final

Datos de entrada	Cálculo	Datos de salida
Palanca de gases	<div style="display: flex;"> <div style="flex: 1;"> <p>Ecuaciones particularizadas</p> $\frac{dx}{dt} = V$ $T(\delta_T, V) = D(V, C_D)$ $L(V, C_L) = W$ $C_D = C_D(C_L)$ $\frac{dW}{dt} = -C(\delta_T, V) g T(\delta_T, V)$ </div> <div style="flex: 1;"> <p>Procedimiento de cálculo</p> $C_L = \frac{W}{\frac{1}{2} \rho V^2 S} = C_L(V, W)$ $C_D = C_D(V, W)$ $D = \frac{1}{2} \rho V^2 S C_D(V, W) = D(V, W)$ $T = T(V) \quad \frac{dt}{dV} = \frac{W(V)}{g(T(V) - D(V, W(V)))} dV$ $C = C(V) \quad \frac{dV}{dt} = \frac{g(T(V) - D(V, W(V)))}{W(V)}$ $\frac{dW}{dt} = -C(V) g T(V) \quad dx = \frac{V}{dV} dV$ </div> </div>	Altura de vuelo
Altura de crucero		Velocidad
Velocidad inicial/final		Palanca de gases
		Empuje
		Eficiencia aerodinámica
		Fuel consumido
		Tiempo empleado
		Distancia recorrida
		Peso
		Altura de vuelo
	<p>Resultado</p> $\frac{dW}{dV} = \frac{dW}{dt} \frac{dt}{dV} = -C(V) g T(V) \left[\frac{W}{g(T(V) - D(V, W))} \right] =$ $= \frac{-C(V) T(V) W}{T(V) - D(V, W)} = \frac{dW}{dV}(V, W) \rightarrow W = W(V)$ $V_{ini} = V_0 \quad t = \int_{V_k}^{V_{k+1}} dt$ $W_{ini} = W_0 \quad x = \int_{V_k}^{V_{k+1}} dx$	

Crucero de máximo alcance: peso final

Datos de entrada
Peso final
Altura de crucero

Cálculo	
Ecuaciones particularizadas	$x = \int_{W_{ini}}^W \frac{-V \left(1 + C(V, \delta_T) W \frac{dV}{dW}\right)}{C(V, \delta_T) g D(V, W)} dW$ $\approx \int_{W_{ini}}^W \frac{-V}{C(V) g D(V, W)} dW \quad \rightarrow \quad \frac{\partial F}{\partial V} - \frac{d}{dW} \frac{\partial F}{\partial V} = 0$ $\approx \int_{W_{ini}}^W F(V, W) \quad \rightarrow \quad \begin{matrix} V(W_{ini}) - V_{ini} \\ V(W_{fin}) - V_{fin} \end{matrix}$
Procedimiento de cálculo	$C D - V \left(\frac{dC}{dV} D + C \frac{dD}{dV} \right) = 0 \quad \rightarrow \quad \left\{ \begin{matrix} W = W(V) \\ \frac{dW}{dV} = f(V) \end{matrix} \right\}$ <p> $C = A + B V \rightarrow Jet$ $C = V(A + B V) \rightarrow Prop/Pistón$ $D = A_2 V^2 - B_2 W + C_2 \frac{W^2}{V^2}$ </p> $M = \frac{V}{a} \quad C = C(V)$ $C_L = \frac{W(V)}{\frac{1}{2} \rho V^2 S} = C_L(V) \quad \frac{dV}{dt} = \frac{-C(V) g D(V)}{\frac{dW}{dV} + C(V) W(V)}$ $C_D = C_D(V) \quad T = D(V) + \frac{W(V) dV}{g dt}$ $D = \frac{1}{2} \rho V^2 S C_D(V) = D(V) \quad \delta_T = \delta_T(V)$
Resultado	$\frac{W(V_{ini}) - W_{ini}}{W(V_{fin}) - W_{fin}} \rightarrow \{V_{ini}, V_{fin}\} \quad dt = \frac{-\frac{dW}{dV}(V) + C(V) W(V)}{C(V) g D(V)}$ $C = C(V, \delta_{T_{medio}}) \quad dx = V dt(V)$ $x = \int_{V_{ini}}^V dx = x(V) \quad \rightarrow \quad Alcance_{max} = x(V = V_{fin})$ $t = \int_{V_{ini}}^V dt = t(V)$

Datos de salida
Altura de vuelo
Velocidad
Palanca de gases
Empuje
Eficiencia aerodinámica
Fuel consumido
Tiempo empleado
Distancia recorrida
Peso
Altura de vuelo

Crucero de máxima autonomía: peso final

Datos de entrada	Cálculo	Datos de salida
Peso final	<p>Ecuaciones particularizadas</p> $t = \int_{W_{ini}}^W \frac{-\left(1 + C(V, \delta_T) W \frac{dV}{dW}\right)}{C(V, \delta_T) g D(V, W)} dW \rightarrow \frac{\partial F}{\partial V} - \frac{d}{dW} \frac{\partial F}{\partial V} = 0$ $\approx \int_{W_{ini}}^W \frac{-1}{C(V) g D(V, W)} dW \rightarrow \frac{V(W_{ini}) - V_{ini}}{V(W_{fin}) - V_{fin}}$ $\approx \int_{W_{ini}}^W F(V, W)$	Altura de vuelo
Altura de crucero	<p>Procedimiento de cálculo</p> $\left(\frac{dC}{dV} D + C \frac{dD}{dV}\right) - 0 \rightarrow \left\{ \begin{array}{l} W = W(V) \\ \frac{dW}{dV} = f(V) \end{array} \right.$ <p> $C = A + B V \rightarrow \text{Jet}$ $C = V(A + B V) \rightarrow \text{Prop/Pistón}$ $D = A_2 V^2 - B_2 W + C_2 \frac{W^2}{V^2}$ $M = \frac{V}{a}$ $C_L = \frac{W(V)}{\frac{1}{2} \rho V^2 S} = C_L(V)$ $C_D = C_D(V)$ $D = \frac{1}{2} \rho V^2 S C_D(V) = D(V)$ </p> <p> $C = C(V)$ $\frac{dV}{dt} = \frac{-C(V) g D(V)}{\frac{dW}{dV} + C(V) W(V)}$ $T = D(V) + \frac{W(V) dV}{g dt}$ $\delta_T = \delta_T(V)$ </p>	Empuje
	<p>Resultado</p> $\frac{W(V_{ini}) - W_{ini}}{W(V_{fin}) - W_{fin}} \rightarrow \{V_{ini}, V_{fin}\} \quad dt = \frac{-\frac{dW}{dV}(V) + C(V) W(V)}{C(V) g D(V)}$ $C = C(V, \delta_{T_{medio}}) \quad dx = V dt(V)$ $x = \int_{V_{ini}}^V dx = x(V) \rightarrow \text{Autonomía}_{max} = t(V = V_{fin})$ $t = \int_{V_{ini}}^V dt = t(V)$	Eficiencia aerodinámica
		Fuel consumido
		Tiempo empleado
		Distancia recorrida
		Peso
		Altura de vuelo



Viraje

Virajes Nivelados - I

- Los **virajes nivelados** son importantes a la hora de hacer **maniobras**.
- Nos **interesa no perder energía potencial** cuando maniobramos, ya que si no tendremos que **recuperarla mediante subidas y aceleraciones**.
- En los **virajes nivelados** el **avión** tiene una **actitud** en la que el **ángulo de balance contribuye** a que haya una **componente horizontal** de la **sustentación** que actúa como la fuerza centrípeta necesaria para poder mantener un giro.
 - La sustentación del ala tiene componentes horizontal y vertical.

Turn rate $\dot{\psi} = \frac{W\sqrt{n^2-1}}{(W/g)V} = \frac{g\sqrt{n^2-1}}{V}$ rads/sec

- Nos interesan la **velocidad de giro instantánea** y los virajes con **velocidad de giro mantenida**.

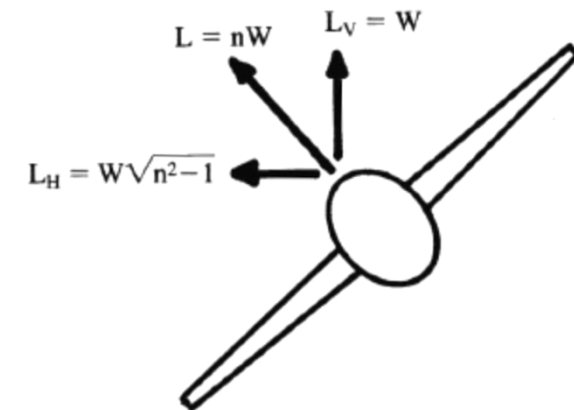
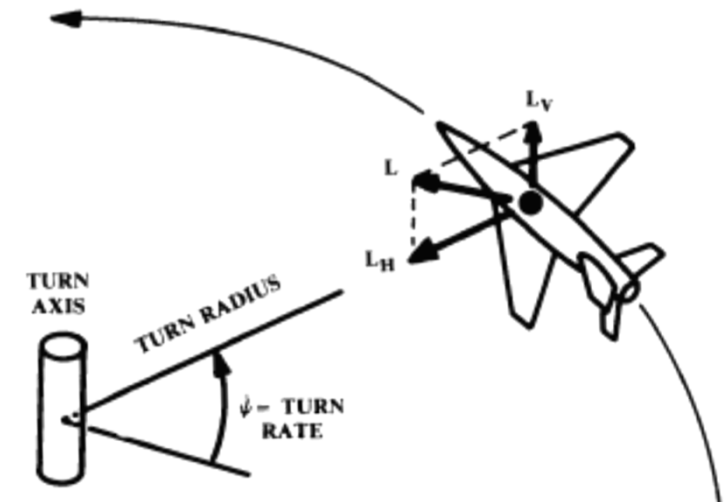


Fig. 17.5 Level turn geometry.



Virajes Nivelados - II

- La velocidad de giro instantánea define la condición en la que el avión reduce su velocidad durante el giro para maximizar dicha maniobra:
 - El factor de carga está delimitado por el coeficiente de sustentación máximo o los límites estructurales del avión.
- Durante un viraje con velocidad de giro mantenida, **no se permite que el avión pierda ni velocidad ni altura**:
 - El factor de carga máxima asumiendo que el eje de empuje está aproximadamente alineado con la dirección de vuelo

$$n = (T/W)(L/D) \quad \longrightarrow \quad C_L = nW/qS \quad \longrightarrow \quad n = \sqrt{K \left(\frac{T}{W} \right) \left(\frac{qC_{D0}}{W/S} \right)}$$

Emplear factores de carga (n) definidos en el RFP

- El factor de carga para giro mantenido puede maximizarse volando con eficiencia aerodinámica max (L/Dmax)

- Para Jet

$$V_{\min \text{ thrust or drag}} = \sqrt{\frac{2W}{\rho S}} \sqrt{\frac{K}{C_{D0}}} \quad C_{L \min \text{ thrust or drag}} = \sqrt{\frac{C_{D0}}{K}}$$

- Para Prop

$$V_{\min \text{ power}} = \sqrt{\frac{2W}{\rho S}} \sqrt{\frac{K}{3C_{D0}}} \quad C_{L \min \text{ power}} = \sqrt{\frac{3C_{D0}}{K}}$$

Virajes Nivelados - III

- Se asume que los vuelos de viraje nivelados se efectúan con **configuración de máxima autonomía**.
- La velocidad para potencia mínima es aproximadamente **0.76 V min empuje**.
 - **CL min potencia** 73% superior que CL min empuje
 - $C_{Di} = 3C_{D0}$
 - $C_D = 4 C_{D0}$
- Con potencia mínima se vuela a menor velocidad
 - $L/D = 0.866 L/D \text{ max}$

Emplear factores de carga (n) definidos en el RFP como límite para definir actuaciones máximas

Factor de carga máximo viene dado por W/S y T/W

$$n = \sqrt{\frac{q}{K(W/S)} \left(\frac{T}{W} - \frac{qC_{D0}}{W/S} \right)}$$

Viraje

Datos de entrada
Mach de vuelo
Coefficiente de sustentación
Palanca de gases
Ángulo de balanceo
Factor de carga
Radio de giro
Velocidad de guiñada
Altura de vuelo
Tiempo final

Cálculo	
Ecuaciones generales	$\frac{dx}{dt} = V \cos \chi$ $\frac{dh}{dt} = 0$ $m \frac{dV}{dt} = T - D$ $mV \frac{d\chi}{dt} = L \sin \mu$ $W = L \cos \mu$ $\frac{dW}{dt} = -C g T$

Datos de salida
Altura de vuelo
Velocidad
Ángulo de balanceo
Radio de giro
Factor de carga
Velocidad de guiñada
Nº de vueltas
Palanca de gases
Empuje
Eficiencia aerodinámica
Fuel consumido
Tiempo empleado
Distancia recorrida
Peso

Viraje: velocidad y posición de palanca

Datos de entrada	Cálculo	Datos de salida
Mach de vuelo	<p>Ecuaciones particularizadas</p> $\frac{dx}{dt} = V \cos \chi \quad \{T, C, \delta_T\} = \text{ctes}$ $T = D(C_L)$ $L(C_L) \sin \mu = mV \frac{d\chi}{dt}$ $L(C_L) \cos \mu = W$ $\frac{dW}{dt} = -C g T$	Altura de vuelo
Altura de vuelo		Velocidad
Palanca de gases	<p>Procedimiento de cálculo</p> $D = T$ $C_D = \frac{D}{\frac{1}{2}\rho V^2 S}$ $C_L = C_L(C_D)$ $L = \frac{1}{2}\rho V^2 S C_L$ $\mu(t) = \arccos \frac{W(t)}{L}$ $n(t) = \frac{1}{\cos \mu(t)}$ $\dot{\chi}(t) = \frac{L \sin \mu(t) g}{W(t) V}$ $\chi(t) = \int_0^t \dot{\chi}(t) dt$ $R(t) = \frac{V}{\dot{\chi}}$ $x(t) = \int_0^t V \cos \chi(t) dt$ $W = \int_0^t -C g T dt = W_{ini} - C g T t = W(t)$	Ángulo de balanceo
Tiempo final		Radio de giro
		Factor de carga
		Velocidad de guiñada
		Nº de vueltas
		Palanca de gases
		Empuje
		Eficiencia aerodinámica
	Fuel consumido	
	Tiempo empleado	
	Distancia recorrida	
	Peso	

Viraje: velocidad y C_L

Datos de entrada	Cálculo	Datos de salida
Mach de vuelo	<p>Ecuaciones particularizadas</p> $\frac{dx}{dt} = V \cos \chi \quad \{T, C\} = \text{ctes}$ $T = D(C_L)$ $L(C_L) \sin \mu = mV \frac{d\chi}{dt}$ $L(C_L) \cos \mu = W$ $\frac{dW}{dt} = -C g T$	Altura de vuelo
Altura de vuelo		Velocidad
Coeficiente de sustentación	<p>Procedimiento de cálculo</p> $V = M a \text{ constante.} \quad \mu(t) = \arccos \frac{W(t)}{L}$ $C_D = C_{D_0} - k_2 C_L + k_1 C_L^2 \quad n(t) = \frac{1}{\cos \mu(t)}$ $D = \frac{1}{2} \rho V^2 S C_D \quad \dot{\chi}(t) = \frac{L \sin \mu(t) g}{W(t) V}$ $L = \frac{1}{2} \rho V^2 S C_L \quad \chi(t) = \int_0^t \dot{\chi}(t) dt$ $T = D \quad R(t) = \frac{V}{\dot{\chi}}$ $\text{Revoluciones} = \frac{\chi(t_{fin})}{2\pi} = \frac{x(t_{fin})}{2\pi R(t_{fin})} \quad x(t) = \int_0^t V \cos \chi(t) dt$ $W = \int_0^t -C g T dt = W_{ini} - C g T t = W(t)$	Ángulo de balanceo
Tiempo final		Radio de giro
		Factor de carga
		Velocidad de guiñada
		Nº de vueltas
		Palanca de gases
		Empuje
		Eficiencia aerodinámica
		Fuel consumido
		Tiempo empleado
		Distancia recorrida
		Peso

Viraje: velocidad y ángulo de balance

Datos de entrada	Cálculo	Datos de salida
Mach de vuelo	<p>Ecuaciones particularizadas</p> $\frac{dx}{dt} = V \cos \chi \quad V = M a \text{ constante.}$ $T(\delta_T) = D(C_L)$ $L(C_L) \sin \mu = mV \frac{d\chi}{dt}$ $L(C_L) \cos \mu = W$ $\frac{dW}{dt} = -C(\delta_T) g T(\delta_T)$	Altura de vuelo
Altura de vuelo		Velocidad
Ángulo de balanceo	<p>Procedimiento de cálculo</p> $C_L = \frac{W}{\frac{1}{2}\rho V^2 S \cos \mu} = C_L(W)$ $C_D = C_D(C_L) = C_D(W)$ $D = \frac{1}{2}\rho V^2 S C_D = D(W)$ $T = D(W)$ $\delta_T = \delta_T(W)$ $C = C(W)$ $\frac{dW}{dt} = -C(W) g T(W) \rightarrow W = W(t)$ $Revoluciones = \frac{\chi(t_{fin})}{2\pi} = \frac{x(t_{fin})}{2\pi R(t_{fin})}$	Ángulo de balanceo
Tiempo final		Radio de giro
		Factor de carga
		Velocidad de guiñada
		Nº de vueltas
		Palanca de gases
		Empuje
		Eficiencia aerodinámica
		Fuel consumido
		Tiempo empleado
		Distancia recorrida
		Peso

Viraje: velocidad y factor de carga

Datos de entrada	Cálculo	Datos de salida
Mach de vuelo	<p>Ecuaciones particularizadas</p> $\frac{dx}{dt} = V \cos \chi \quad V = M a \text{ constante.}$ $T(\delta_T) = D(C_L) \quad \mu = \arccos \frac{1}{n}$ $L(C_L) \sin \mu = mV \frac{d\chi}{dt}$ $L(C_L) \cos \mu = W$ $\frac{dW}{dt} = -C(\delta_T) g T(\delta_T)$	Altura de vuelo
Altura de vuelo		Velocidad
Factor de carga	<p>Procedimiento de cálculo</p> $C_L = \frac{W}{\frac{1}{2} \rho V^2 S \cos \mu} = C_L(W)$ $C_D = C_D(C_L) = C_D(W) \quad n(t) = \frac{1}{\cos \mu}$ $D = \frac{1}{2} \rho V^2 S C_D = D(W) \quad R(t) = \frac{V^2}{g \tan \mu}$ $T = D(W) \quad \dot{\chi} = \frac{g \tan \mu}{V}$ $\delta_T = \delta_T(W) \quad \chi(t) = \dot{\chi} t$ $C = C(W) \quad x(t) = \frac{V}{\dot{\chi} \sin \chi(t)}$ $\frac{dW}{dt} = -C(W) g T(W) \rightarrow W = W(t)$ $\text{Revoluciones} = \frac{\chi(t_{fin})}{2\pi} = \frac{x(t_{fin})}{2\pi R(t_{fin})}$	Ángulo de balanceo
Tiempo final		Radio de giro
		Factor de carga
		Velocidad de guiñada
		Nº de vueltas
		Palanca de gases
		Empuje
		Eficiencia aerodinámica
	Fuel consumido	
	Tiempo empleado	
	Distancia recorrida	
	Peso	

Viraje: velocidad y radio de giro

Datos de entrada	Cálculo	Datos de salida
Mach de vuelo	<p>Ecuaciones particularizadas</p> $\frac{dx}{dt} = V \cos \chi \quad V = M a \text{ constante.}$ $T(\delta_T) = D(C_L) \quad \mu = \arctan \frac{V^2}{gR}$ $L(C_L) \sin \mu = mV \frac{d\chi}{dt}$ $L(C_L) \cos \mu = W$ $\frac{dW}{dt} = -C(\delta_T) g T(\delta_T)$	Altura de vuelo
Altura de vuelo		Velocidad
Radio de giro	<p>Procedimiento de cálculo</p> $C_L = \frac{W}{\frac{1}{2}\rho V^2 S \cos \mu} = C_L(W)$ $C_D = C_D(C_L) = C_D(W) \quad n(t) = \frac{1}{\cos \mu}$ $D = \frac{1}{2}\rho V^2 S C_D = D(W) \quad R(t) = \frac{V^2}{g \tan \mu}$ $T = D(W) \quad \dot{\chi} = \frac{g \tan \mu}{V}$ $\delta_T = \delta_T(W) \quad \chi(t) = \dot{\chi} t$ $C = C(W) \quad x(t) = \frac{V}{\dot{\chi} \sin \chi(t)}$ $\frac{dW}{dt} = -C(W) g T(W) \rightarrow W = W(t)$ $\text{Revoluciones} = \frac{\chi(t_{fin})}{2\pi} = \frac{x(t_{fin})}{2\pi R(t_{fin})}$	Radio de giro
Tiempo final		Factor de carga
		Velocidad de guiñada
		Nº de vueltas
		Palanca de gases
		Empuje
		Eficiencia aerodinámica
		Fuel consumido
	Tiempo empleado	
	Distancia recorrida	
	Peso	

Viraje: velocidad y velocidad de guiñada

Datos de entrada	Cálculo	Datos de salida
Mach de vuelo	<p>Ecuaciones particularizadas</p> $\frac{dx}{dt} = V \cos \chi \quad V = M a \text{ constante.}$ $T(\delta_T) = D(C_L)$ $L(C_L) \sin \mu = mV \frac{d\chi}{dt} \quad \mu = \arctan \frac{V \dot{\chi}}{g}$ $L(C_L) \cos \mu = W$ $\frac{dW}{dt} = -C(\delta_T) g T(\delta_T)$	Altura de vuelo
Altura de vuelo		Velocidad
Velocidad de guiñada	<p>Procedimiento de cálculo</p> $C_L = \frac{W}{\frac{1}{2} \rho V^2 S \cos \mu} = C_L(W)$ $C_D = C_D(C_L) = C_D(W) \quad n(t) = \frac{1}{\cos \mu}$ $D = \frac{1}{2} \rho V^2 S C_D = D(W) \quad R(t) = \frac{V^2}{g \tan \mu}$ $T = D(W) \quad \dot{\chi} = \frac{g \tan \mu}{V}$ $\delta_T = \delta_T(W) \quad \chi(t) = \dot{\chi} t$ $C = C(W) \quad x(t) = \frac{V}{\dot{\chi} \sin \chi(t)}$ $\frac{dW}{dt} = -C(W) g T(W) \rightarrow W = W(t)$ $\text{Revoluciones} = \frac{\chi(t_{fin})}{2\pi} = \frac{x(t_{fin})}{2\pi R(t_{fin})}$	Ángulo de balanceo
Tiempo final		Radio de giro
		Factor de carga
		Velocidad de guiñada
		Nº de vueltas
		Palanca de gases
		Empuje
		Eficiencia aerodinámica
		Fuel consumido
		Tiempo empleado
		Distancia recorrida
		Peso

Viraje: palanca de gases y factor de carga máximo

Datos de entrada	Cálculo	Datos de salida
Altura de vuelo	<p>Procedimiento de cálculo</p> $T = T(V)$ $D = \frac{1}{2} \rho V^2 S C_D =$ $= \frac{1}{2} \rho V^2 S C_{D_0} - k_2 W n + k_1 \frac{n^2 W^2}{\frac{1}{2} \rho V^2 S} =$ $= A_2 V^2 - B_2 W n + C_2 \frac{n^2 W^2}{V^2}$ <p>Con lo que podemos despejar $n = n(V)$ y derivar respecto de la velocidad para hallar para cada peso la velocidad que hace el factor de carga máximo.</p>	Altura de vuelo
Palanca de gases		Velocidad
Tiempo final		Ángulo de balanceo
		Radio de giro
		Factor de carga
		Velocidad de guiñada
		Nº de vueltas
		Palanca de gases
		Empuje
		Eficiencia aerodinámica
		Fuel consumido
		Tiempo empleado
		Distancia recorrida
		Peso

Viraje: palanca de gases y velocidad de guiñada máxima

Datos de entrada	Cálculo		Datos de salida
Altura de vuelo	Procedimiento de cálculo	$\dot{\chi} = \frac{g\sqrt{n(V)^2 - 1}}{V} = \dot{\chi}(V, W)$ <p>De forma que derivando y resolviendo la ecuación no lineal resultante podemos hallar la velocidad V que maximiza la velocidad de guiñada para cada peso</p>	Altura de vuelo
Palanca de gases			Velocidad
Tiempo final			Ángulo de balanceo
			Radio de giro
			Factor de carga
			Velocidad de guiñada
			Nº de vueltas
			Palanca de gases
			Empuje
			Eficiencia aerodinámica
			Fuel consumido
			Tiempo empleado
			Distancia recorrida
			Peso

Viraje: palanca de gases y radio de giro mínimo

Datos de entrada	Cálculo		Datos de salida
Altura de vuelo	Procedimiento de cálculo	$R = \frac{V^2}{g\sqrt{n^2 - 1}} = R(V, W)$ <p>Iterando para cada peso y derivando la expresión resultante obtendremos la velocidad buscada.</p> <p>La naturaleza matemática de la expresión del radio de giro hace que aparezcan singularidades en su dominio que impiden automatizar este proceso como en los dos casos anteriores.</p> <p>El proceso seguido para evitar dichas singularidades, así como ciertas regiones donde se obtienen números imaginarios, ha sido evaluar la expresión del radio para un gran número de velocidades.</p> <p>De esta forma, y descartando las velocidades que hacen divergir o llevar al campo de los complejos la solución, se logra averiguar la velocidad que logra radio mínimo</p>	Altura de vuelo
Palanca de gases			Velocidad
Tiempo final			Ángulo de balanceo
			Radio de giro
			Factor de carga
			Velocidad de guiñada
			Nº de vueltas
			Palanca de gases
			Empuje
			Eficiencia aerodinámica
			Fuel consumido
			Tiempo empleado
			Distancia recorrida
			Peso

Viraje Estacionario - I

Dpto. Estability

$$0 = -(C_{D_0} + C_{D_\alpha} \alpha_1 + C_{D_{i_h}} i_{h_1} + C_{D_{\delta_e}} \delta_{e_1}) \bar{q}_1 S + T_1 \cos(\phi_T + \alpha_1)$$

$$mU_1 R_1 - mg \sin \phi_1 = (C_{y_\beta} \beta_1 + C_{Y_r} \frac{R_1 b}{2U_1} + C_{y_{\delta_a}} \delta_{a_1} + C_{y_{\delta_r}} \delta_{r_1}) \bar{q}_1 S$$

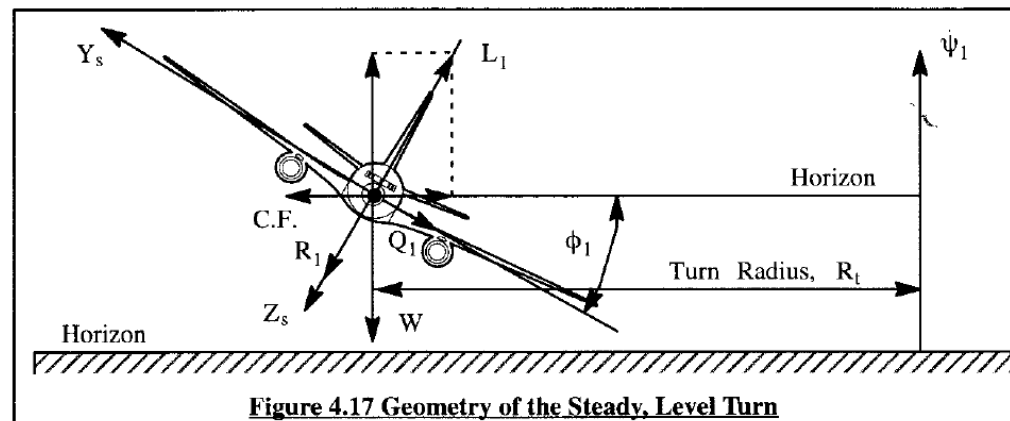
$$-mU_1 Q_1 - mg \cos \phi_1 = -(C_{L_0} + C_{L_\alpha} \alpha_1 + C_{L_q} \frac{Q_1 \bar{c}}{2U_1} + C_{L_{i_h}} i_{h_1} + C_{L_{\delta_e}} \delta_{e_1}) \bar{q}_1 S - T_1 \sin(\phi_T + \alpha_1)$$

$$(I_{zz} - I_{yy}) R_1 Q_1 = (C_{l_\beta} \beta_1 + C_{l_r} \frac{R_1 b}{2U_1} + C_{l_{\delta_a}} \delta_{a_1} + C_{l_{\delta_r}} \delta_{r_1}) \bar{q}_1 S b$$

$$-I_{xz} R_1^2 = (C_{m_0} + C_{m_\alpha} \alpha_1 + C_{m_q} \frac{Q_1 \bar{c}}{2U_1} + C_{m_{i_h}} i_{h_1} + C_{m_{\delta_e}} \delta_{e_1}) \bar{q}_1 S \bar{c}$$

$$I_{xz} Q_1 R_1 = (C_{n_\beta} \beta_1 + C_{n_r} \frac{R_1 b}{2U_1} + C_{n_{\delta_a}} \delta_{a_1} + C_{n_{\delta_r}} \delta_{r_1}) \bar{q}_1 S b$$

Sin asimetrías propulsivas, y con la línea de empuje neto pasa por el Xcg



$$P_1 = 0$$

$$Q_1 = \dot{\psi}_1 \sin \phi_1$$

$$R_1 = \dot{\psi}_1 \cos \phi_1$$

$$M_{T_1} = L_{T_1} = N_{T_1} = F_{T_{y_1}} = 0 \dots$$

Viraje Estacionario - II

Condiciones de equilibrio en Viraje Estacionario

Turn radius

$$W = L \cos \phi_1 \quad \rightarrow \quad U_1 = R_t \dot{\psi}_1 \quad \rightarrow \quad R_t = \frac{U_1^2}{g \tan \phi_1} \quad \leftarrow \quad n = 1/\cos \phi_1$$

$$Q_1 = \frac{g \sin^2 \phi_1}{U_1 \cos \phi_1} = \frac{g}{U_1} \left(n - \frac{1}{n} \right) \quad \dot{\psi}_1 = \frac{g \tan \phi_1}{U_1}$$

and

$$R_1 = \frac{g \sin \phi_1}{U_1} = \frac{g}{n U_1} \sqrt{n^2 - 1}$$

Turn rate

$L = nW$
Factor de carga

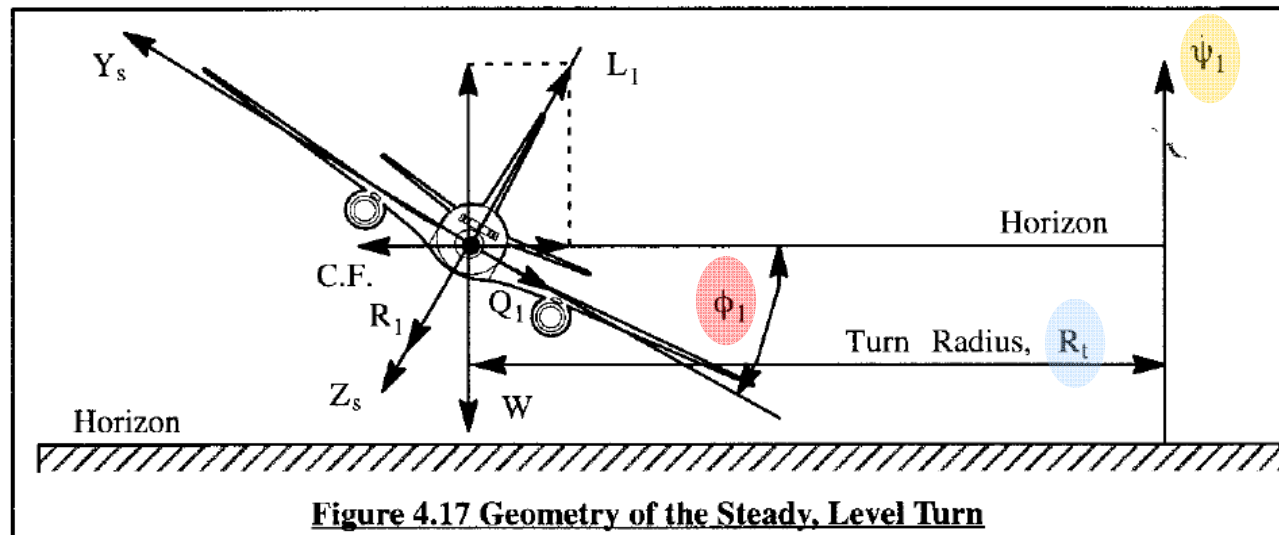


Figure 4.17 Geometry of the Steady, Level Turn

Viraje Estacionario - III

$$mU_1 R_1 - mg \sin \phi_1 = (C_{y\beta} \beta_1 + C_{Y_r} \frac{R_1 b}{2U_1} + C_{y_{\delta_a}} \delta_{a_1} + C_{y_{\delta_r}} \delta_{r_1}) \bar{q}_1 S$$

$$(I_{zz} - I_{yy}) R_1 Q_1 = (C_{l\beta} \beta_1 + C_{l_r} \frac{R_1 b}{2U_1} + C_{l_{\delta_a}} \delta_{a_1} + C_{l_{\delta_r}} \delta_{r_1}) \bar{q}_1 S b$$

$$I_{xz} Q_1 R_1 = (C_{n\beta} \beta_1 + C_{n_r} \frac{R_1 b}{2U_1} + C_{n_{\delta_a}} \delta_{a_1} + C_{n_{\delta_r}} \delta_{r_1}) \bar{q}_1 S b$$

Lateral directional-equations

$$\begin{bmatrix} C_{y\beta} & C_{y_{\delta_a}} & C_{y_{\delta_r}} \\ C_{l\beta} & C_{l_{\delta_a}} & C_{l_{\delta_r}} \\ C_{n\beta} & C_{n_{\delta_a}} & C_{n_{\delta_r}} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \beta \\ \delta_a \\ \delta_r \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} -C_{y_r} \frac{b g \sin \phi}{2U_1^2} \\ \frac{(I_{zz} - I_{yy}) g^2 \sin^3 \phi}{\bar{q}_1 S b U_1^2 \cos \phi} - C_{l_r} \frac{b g \sin \phi}{2U_1^2} \\ \frac{I_{xz} g^2 \sin^3 \phi}{\bar{q}_1 S b U_1^2 \cos \phi} - C_{n_r} \frac{b g \sin \phi}{2U_1^2} \end{Bmatrix}$$

Viraje Estacionario - IV

$$\beta_1 = \frac{\begin{vmatrix} a_{11} & C_{y\delta_a} & C_{y\delta_r} \\ b_{11} & C_{l\delta_a} & C_{l\delta_r} \\ c_{11} & C_{n\delta_a} & C_{n\delta_r} \end{vmatrix}}{\Delta}$$

where : $\Delta = \begin{vmatrix} C_{y\beta} & C_{y\delta_a} & C_{y\delta_r} \\ C_{l\beta} & C_{l\delta_a} & C_{l\delta_r} \\ C_{n\beta} & C_{n\delta_a} & C_{n\delta_r} \end{vmatrix}$

and : $a_{11} = -C_{y_r} \frac{bg \sin \phi}{2U_1^2}$

$$b_{11} = \frac{(I_{zz} - I_{yy})g^2 \sin^3 \phi}{\bar{q}_1 S b U_1^2 \cos \phi} - C_{l_r} \frac{g b \sin \phi}{2U_1^2}$$

$$c_{11} = \frac{I_{xz} g^2 \sin^3 \phi}{\bar{q}_1 S b U_1^2 \cos \phi} - C_{n_r} \frac{g b \sin \phi}{2U_1^2}$$

$$\delta_{a_1} = \frac{\begin{vmatrix} C_{y\beta} & a_{11} & C_{y\delta_r} \\ C_{l\beta} & b_{11} & C_{l\delta_r} \\ C_{n\beta} & c_{11} & C_{n\delta_r} \end{vmatrix}}{\Delta}$$

$$\delta_{r_1} = \frac{\begin{vmatrix} C_{y\beta} & C_{y\delta_a} & a_{11} \\ C_{l\beta} & C_{l\delta_a} & b_{11} \\ C_{n\beta} & C_{n\delta_a} & c_{11} \end{vmatrix}}{\Delta}$$

Viraje Estacionario - V

- A standard holding pattern uses right-hand turns and takes approximately 4 minutes to complete:
 - one minute for each 180 degree turn,
 - and two one-minute straight ahead sections).
 - Deviations from this pattern can happen if long delays are expected; longer legs (usually two or three minutes) may be used, or aircraft with distance measuring equipment (DME) may be assigned patterns with legs defined in nautical miles rather than minutes.
 - Less frequent turns are more comfortable for passengers and crew. Additionally, left-hand turns may be assigned to some holding patterns if there are airspace or traffic restrictions nearby.
- Aircraft flying in circles is an inefficient (and hence costly) usage of time and fuel, so measures are taken to limit the amount of holding necessary.
- Many aircraft have a specific *holding speed* published by the manufacturer; this is a lower speed at which the aircraft uses less fuel per hour than normal cruise speeds. A typical holding speed for transport category aircraft is 210 to 265 knots (491 km/h).

Viraje Estacionario – VI (Speed Limits)

- Speed Limits
 - Maximum holding speeds are established to keep aircraft within the protected holding area during their one-minute (one-minute and a half above 14,000 ft MSL – Mean Sea Level) inbound and outbound legs.
 - For **civil aircraft** (not **military**) in the United States, these airspeeds are:
 - Up to 6,000 ft MSL: 200 KIAS
 - From 6,001 to 14,000 ft MSL: 230 KIAS
 - 14,001 ft MSL and above: 265 KIAS
 - The ICAO Maximum holding speeds:
 - Up to 14000 ft: 230kts
 - 14000 ft to 20000 ft: 240kts
 - 20000 ft to 34000 ft: 265kts
 - Above 34000 ft: M0.83
 - With their higher performance characteristics, military aircraft have higher holding speed limits.



Viraje Estacionario – VII (Speed Limits)

- Speed Limits (cont)
 - In Canada the speeds are:
 - All propeller including turboprop aircraft :
 - Minimum Holding Altitude (MHA) to 30,000 ft (9,100 m): 175 kn (324 km/h; 201 mph)
 - Civilian Jet
 - MHA to 14,000 ft (4,300 m): 230 kn (426 km/h; 265 mph)
 - Above 14000 ft: 265 kn (491 km/h; 305 mph)
 - Climbing during the hold:turboprop - normal climb speed
 - Jet aircraft - 310 kn (574 km/h; 357 mph) maximum



Bibliografía

- Aircraft Design: a conceptual approach, D.P. Raymer, AIAA Education Series, 2006.
- Synthesis of subsonic airplane design, E. Torenbeek, Springer, 1982
- Airplane Design, J. Roskam, Darcorporation, 1989
- Dynamics of Flight, Stability and Control, 3rd Ed., B. Etkin y L.D. Reid, John Wiley & Sons, 1996.
- Nicolai, L.M. Carichner, G.E. Fundamentals of Aircraft and Airship Design: Vol 1, 2010